Nota redakcyjna. Symbol (EN) przy nazwisku referenta znaczy, że (w razie obecności zainteresowanych gości zagranicznych) referat będzie przedstawiony w języku angielskim. Symbol (PL) znaczy, że referat będzie zaprezentowany w języku polskim.
Editorial note. (EN) means that the talk is presented in English, (PL) — in Polish.

O logice Kanta

Tomasz Albiński (PL)
Uniwersytet Adama Mickiewicza, Poznań
Instytut Filozofii
albinski@amu.edu.pl

Kant przez ponad 40 lat wykładał logikę na uniwersytecie w Królewcu, był również przez 26 lat kierownikiem katedry logiki i metafizyki na tymże uniwersytecie. Jednakże filozof ten nie jest kojarzony z tą dziedziną, co najwyżej wspominana jest kontrowersyjna uwaga Kanta na temat logiki Arystotelesa (iż od czasów Arystotelesa logika nie zrobiła kroku naprzód). Tekst niniejszy jest próbą zrozumienia, w jaki sposób Kant pojmował przedmiot logiki formalnej. W tym celu ustalone zostanie przede wszystkim, co Kant wiedział o logice formalnej. Ustalenie to zostaje przeprowadzone w oparciu o tekst podręcznika do logiki, z którego Kant korzystał w czasie swoich wykładów (Georg Friedrich Meier: *Auszug aus der Vernunftlehre*, Halle 1752). Tekst ten zostaje porównany z *Logiką* Kanta (Jaschego). W tekście analizie poddana zostaje również rozprawa Kanta *Fałszywa subtelność czterech figur sylogistycznych* — praca uważana przez niektórych badaczy za jedyny nowatorski wkład Kanta do logiki. W szerszej perspektywie zaproponowana zostaje zmiana dotychczasowej optyki recepcji logiki Kanta: uwaga badaczy myśli Kanta koncentrowała się raczej na aspekcie stosunku logiki transcendentalnej do logiki klasycznej, przy czym analizy za punkt wyjścia przyjmowały filozofię krytyczną Kanta (innymi słowy, badano, jak filozofia krytyczna nacechowała rozumienie Kanta przedmiotu logiki). Zmiana optyki recepcji ma polegać na próbie uchwycenia, jak Kanta rozumienie logiki wpłynęło na jego filozofię krytyczną, transcendentalną.

The problem of singularity for planar grids

Anna Bień (EN)
Silesian University, Katowice
Institute of Mathematics (Ph.D. student)
bienann@gmail.com

Graphs with singular adjacency matrix are called singular. In [1] Rara presented tools, which are useful in computing determinant of adjacency matrix of some simple graphs. Rara's methods allow to replace complicated algebraic calculations with operations performed on graphs. In some cases removing sets of edges or vertices does not change or changes the determinant of a graph in a specific way.

We will present solution of singularity problem for all planar grids. Therefore we will refer to Rara's theorem, which concerns graphs in which set of neighbours $N(x)$ of a vertex x is a subset of set of neighbours $N(y)$ of a vertex y. According to the theorem it is possible to remove from the graph all edges of form $[y, v]$, where $v \in N(x)$. By these transformations, the determinant of the adjacency matrix will not change. In particular, it is possible to remove two egdes from a subcycle C_4 of certain graphs without changing the determinant of their adjacency matrices. Applying a series of such reductions to a square planar grid Rara proved its singularity.

We will implement a new tool in order to calculate determinant of any planar grid other than square. Method of contracting a path P_5 is based on a theorem about identyfying vertices:

Theorem 1 *Assume a path* $P_5 = [1, 2, 3, 4, 5]$ *is an induced subgraph of* G, $deg_G(2) = deg_G(4) = 2$ *and* $N_G(1) \cap N_G(5) = \emptyset$. *If* G^* *is obtained from* G *by identyfying pairs of vertices* 2, 4 *and* 1, 5, *then*

$$detA(G^*) = -detA(G).$$

The methods of contracting paths P_5 and removing edges from cycles C_4 suffice to compute determinant of any planar grid. Ultimate result, as a consequence of the foregoing methods of reduction, is the theorem:

Theorem 2 *Let assume, that and $G = H \cup (P_n \times P_{n+2})$ is such graph, that $H \cap (P_n \times P_{n+1}) = \varnothing$, then $detA(G) = (-1)^{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor} \cdot detA(H)$.*

By the theorem we obtain formulas sufficient to calculate determinant of any planar grid:

$$detA(P_n \times P_{n+1}) = (-1)^{(n+1)/2}$$

$$detA(P_n \times P_m) = (-1)^{(n+1)/2} \cdot detA(P_n \times P_{m-n-1})$$

Theorem about identyfying vertices has its applications not only in solution of singularity problem for planar grids but also in study of graphs containing induced subcycles with even number of vertices. In certain cases the theorem enables to remove from a graph a whole subcycle. The relation between determinants of adjacency matrices is given by the formula:

$$detA(G) = -4detA(G \setminus C_{4n+2})$$

Characterization of all singular graphs is still an open problem. Studies on the problem is applicable in organic chemistry.

References

[1] H.M. Rara: *Reduction procedures for calculating the determinant of the adjacency matrix of some graphs and the singularity of square planar grids*, Discrete Mathematics 151 (1996) 213-219

[2] S. Sookyang, S. Arworn, P. Wojtylak: *Characterizations of Non-Singular Cycles, Path and Trees*, Thai Journal of Mathematics Volume 6 (2008) Number 2: 331 - 336

Operacje jednostkowe

Zbigniew Bonikowski (PL)
Uniwersytet Opolski, Opole
Instytut Matematyki i Informatyki
zbonik@math.uni.opole.pl
oraz
Urszula Wybraniec-Skardowska (PL)
Wyższa Szkoła Bankowa w Poznaniu, Chorzów
Wydział Zamiejscowy w Chorzowie
Samodzielny Zakład Logiki Stosowanej i Retoryki
uws@uni.opole.pl

Operacje jednostkowe są pewnymi funkcjami unarnymi na zbiorach.

Idea pojęcia operacji jednostkowej wywodzi się z badań nad tzw. konsekwencjami jednostkowymi i pewnymi operacjami aproksymacji zbiorów w sensie Pawlaka.

W pracy ustala się ogólne własności tych operacji, ich rodzaje oraz związki z relacjami binarnymi. Ustala się również pewne ich algebraiczne struktury oraz podaje pewne ich przykłady i zastosowania.

Algorytmy probabilistyczne i łańcuchy Markowa na tle wybranych zagadnień

Anna Borowska (PL)
Politechnika Białostocka, Białystok
Wydział Informatyki, Katedra Informatyki Teoretycznej
a.borowska@pb.edu.pl

Analizie poddajemy iteracyjne algorytmy probabilistyczne interpretowane w skończonych dziedzinach. Stanowią one model procesów losowych pamiętających tylko najbliższą przeszłość i takich, których rozkłady warunkowe są stałe względem czasu. W [KJ1] programy tego typu zostały sklasyfikowane jako jednorodne, pochłaniające łańcuchy Markova. Ponieważ teoria łańcuchów Markova jest bardziej rozwinięta, porównujemy oba modele i przenosimy własności przysługujące łańcuchom na programy. Opisujemy problemy

związane z macierzą fundamentalną programu, czasem pierwszego osiągnięcia dowolnego wartościowania, liczbą rożnych wartościowań niezapętlających programu osiąganych do momentu jego zakończenia (lub zapętlenia) oraz warunkowymi prawdopodobieństwami zdarzeń. Powyższe zagadnienia rozpatrujemy oddzielnie dla programów zawierających jednoelementowe i wieloelementowe klasy wartościowań zapętlających.

Ponieważ znane metody weryfikacji algorytmów probabilistycznych (patrz [DW1]) bazują na macierzach przejścia (wyznaczonych dla konkretnych programów), których rozmiar zależy od liczby wartościowań programu, zainteresowaliśmy się problemem redukcji wartościowań. W [KJ1] opracowano metodę redukcji zwaną *sklejaniem*, która polega na zdefiniowaniu interpretacji programu w standardowej strukturze ilorazowej wyznaczonej przez relacje kongruencji. Przedstawimy inną technikę redukcji, znaną z teorii łańcuchów Markova (zwaną *grupowaniem ze względu na podział*), w terminach algorytmów probabilistycznych oraz podamy kryteria grupowalności macierzy przejścia programu. Ponieważ grupowanie bazuje na pojęciu macierzy grupowalnej, pokażemy niezbędne lematy dotyczące tego typu macierzy.

Oznaczmy przez $\pi_1(S) = (S_1, S_2, ..., S_p) =^{ozn} \pi_1$ pewien dowolny, ale ustalony podział uporządkowany zbioru $S = \{1, 2, ..., n\}$ indeksów macierzy $A \in R^{n\times n}$ na rozłączne, niepuste podzbiory.

Niech a_{i,S_l} będzie sumą tych wyrazów z i-tego wiersza macierzy A, które należą do kolumn poindeksowanych elementami z S_l (patrz [IM1]), tzn.

$$\forall_{i\in S}\ \forall_{S_l\in\pi_1(S)} a_{i,S_l} = \sum_{j\in S_l} a_{i,j}$$

Dla dowolnych zbiorów $S_k, S_l \in \pi_1(S)$ i każdego $i \in S_k$ wartość $\underline{a}_{S_k,S_l}$ definiujemy następująco. Jeśli dla dowolnego $j \in S_k$ zachodzi $a_{i,S_l} = a_{j,S_l}$, to $\underline{a}_{S_k,S_l} =^{df} a_{i,S_l}$. W przeciwnym razie, wartość $\underline{a}_{S_k,S_l}$ nie jest określona (patrz [IM1]).

DEFINICJA (por. [IM1]). Niech $A \in R^{n\times m}$. Powiemy, że A jest *grupowalna ze względu na* ustalone *podziały* wierszowy $\pi_r(S) = (S_1, S_2, ..., S_p)$ $(p \le n)$ i kolumnowy $\pi_c(T) = (T_1, T_2, ..., T_q)$ $(q \le m)$, jeśli dla wszystkich par podzbiorów $S_k T_l (1 \le k \le p, 1 \le l \le q)$ oraz wszystkich $i \in S_k$ wartości $\underline{a}_{S_k,T_l}$ są określone.

Macierz $\underline{A} = [\underline{a}_{S_k,T_l}]_{1\le k\le p, 1\le l\le q}$ nazywamy wówczas *macierzą pogrupowaną* macierzy A ze względu na π_r, π_c.

Do opisu własności algorytmów probabilistycznych stosujemy głównie logikę PrAL (zaproponowaną przez W. Dańko). Przez algorytmiczny język probabilistyczny logiki PrAL rozumiemy układ $L_P(\Pi) =< Alf_P(\Pi), T_P, F_P(\Pi), \Pi >$ (używamy również skrótu L_P). $Alf_P(\Pi)$ rozszerza alfabet klasycznego języka pierwszego rzędu L o symbole konstrukcji programotwórczych. Symbole T_P, $F_P(\Pi)$ i Π reprezentują odpowiednio zbiór termów, formuł i programów. Język L_P jest 2-sortowy.

Literatura

[BF1] Bierski F., *Struktury algebraiczne,* AGH, Kraków, 1999.

[DW1] Dańko W., *The Set of Probabilistic Formulas Valid in a Finite Structure is Decidable with Respect of its Diagram,* Fundamenta Informaticae, vol. 19 (3-4), 1993, p.417-431.

[DW2] Dańko W., *A criterion of undecidability of algorithmic theories,* FI IV.3, 1981.

[DWKJ1] Dańko W., Koszelew J., *Properties of Probabilistic algorithms provable in first-order analysis,* VIII Forum of Theoretical Informatics, Gdańsk, 2-3 December 1994, p.3-4.

[FW1] Feller W., *Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa,* PWN, Warszawa, 1977.

[GA1] Grzegorczyk A., *Zarys logiki matematycznej,* PWN,Warszawa, 1981.

[IM1] Iosifescu M., *Skończone procesy Markowa i ich zastosowania,* PWN, Warszawa, 1988.

[KJ1] Koszelew J., *Metody analizy własności programów probabilistycznych interpretowanych w dziedzinach skończonych,* Rozprawa doktorska, Warszawa, 2000.

[KB1] Kowalczyk B., *Macierze i ich zastosowania,* Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1976.

[KK1] Kubik L. T., Krupowicz A., *Wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa i jego zastosowań,* PWN, Warszawa, 1982.

[MS1] Mirkowska G., Salwicki A., *Algorithmic Logic,* PWN-Polish Scientific Publishers, Warsaw, 1987.

[PH1] Rasiowa H., *Wstęp do matematyki współczesnej,* PWN, Warszawa, 1971.

Wprowadzenie do metacybernetyki (An Introduction to Metacybernetics)

Edward Bryniarski (PL)
Uniwersytet Opolski, Opole
Instytut Matematyki i Informatyki
http://www.math.uni.opole.pl/~ebryniarski/CYBERNETYKA.htm

Popatrz! — w siebie, jak kiedyś Heraklit z Efezu. Ogarnij umysłem **wszystko** co postrzegasz. To co zobaczysz jest **CYBERNETYKĄ**, tj. wzorem identyfikującym wszystko, czy jak mówią informatycy - siecią semantyczną wszystkiego, obsługiwaną przez **superkompilator** w sensie Valentina Turchina [2] (por. [5]). Postrzegamy wcielenie CYBERNETYKI w poznawczym obrazie wszystkiego. Uświadamiamy sobie, że dzięki dostosowaniu się do życia w społeczeństwie informatycznym dokonuje się w nas nowa konceptualizacja tego co jest uniwersalne [8]. Nasz język jest wcieleniem wzorów identyfikujących wszystko, wcieleniem CYBERNETYKI. Nasze myślenie jest wcieleniem w aktywności umysłu zachowań realizujących wzory cybernetyczne. Wreszcie możemy odpowiedzieć na uniwersalne pytania cybernetyków: ***dlaczego dowolny obiekt musi być rozważany jako dynamiczny, dlaczego, pomimo zmienności, jest taki a nie inny, jakie są uniwersalne wzory sterowania zmianami obiektu, których wcielanie powoduje że obiekt jest taki a nie inny***. **Wzorem** jest wszystko to w czym coś przez coś jest **zastępowane** i czemu **przypisane** jest bycie wynikiem zastępowania. Zastępowanie czegoś przez coś oraz przypisanie temu czemuś wyniku zastępowania czegoś w czymś, według jakiegoś wzoru, jest **zachowaniem się** tego czegoś, według tego wzoru. ***Wszystko jest jakimś wzorem i zachowuje się według tego wzoru, w wyniku tego zachowania coś powstaje, ten sam lub nowy wzór czegoś***. (por. [1]) Wzór jest to jakaś **procedura** zachowania się czegoś, a wynik zachowania według tego wzoru jest **wcieleniem** tej procedury - wzorem wyniku zachowanie się tej procedury. Natomiast zachowanie się zgodnie ze wzorem jest **tranzytem** tej procedury - wzorem zachowania się tej procedury. Zarazem, otrzymujemy ogarniającą wszystko bezustannie wcielaną triadyczną procedurę bycia PROCEDURĄ. Triadyczne wcielanie tej procedury określa to, że ***dowolny obiekt nie posiada żadnych***

własności w sposób statyczny, lecz w sposób dynamiczny, bowiem nieustannie są wcielane procedury łączenia i rozdzielania obiektów ze środowiska zewnętrznego i wewnętrznego, procedury, których wcielanie ustala własności tego obiektu.

Analizując uniwersalne, tj. ogarniające wszystko, procedury zawarte w CYBERNETYCE, łącznie z procedurami ewolucyjnych wcieleń tych procedur, zidentyfikujemy zakres i metody meta-nauki zwanej **cybernetyką**. Są to rozważania **metacybernetyczne** (por. [3], [5], [6], [7]). Na ich podstawie można powiedzieć, że zastosowania cybernetyki są bardziej uniwersalne niż takich meta-nauk jak sylogistyka, logika czy matematyka. Więcej, wymienionym metanaukom można nadać cybernetyczną treść, podobnie jak kiedyś sylogistyce nadano logiczną, a logice - matematyczną teść. (por. [4]) W referacie zaprezentujemy drogę transformacji wymienionych meta-nauk w nauki cybernetyczne.

Literatura

[1] Naur, P. (1960), "Report on the Algorithmic Language ALGOL 60" Communications of the ACM, Vol. 3, No. 5, May, pp. 299-384,

[2] Turchin, V. F. (1972). (*Equivalent transformations of recursive functions defined in Refal*). Tjeorija Jazykov i Mjetody Programmirovanija (Proceedings of the Symposium on the Theory of Languages and Programming Methods), Kiev-Alushta, USSR,

[3] Turchin, V. F. (1977). *The Phenomenon of Science.* New York, Columbia University Press.

[4] Turchin, V. F. (1987)."A constructive interpretation of the full set theory" The Journal of Symbolic Logic 52(1), p. 172.

[5] Thames J. (1983), "METACYBERNETICS. Design Evolution of Metacomputer Host Architecture", The Aerospace Corporation (12/11/83):

http://www.metacalculus.net/doc/WISC/Metacybernetics.pdf

[6] Andreev V.O., Uzilevskij G.J., (2007), ("Metacybernetics, general theory of developing of nome-phenomenal systems and social sciences"), No. 2(3), pp. 7-15.

[7] Kossecki, J., (2005), Metacybernetyka, Kielce-Warszawa.

[8] Bolter, ,J., D., (1984), *Turing's Man. Western Culture in the Computer Age*, The University of North Carolina Press.

On set theory $\mathbf{ZF}_{1.5}$

Janusz Czelakowski (EN)
Opole University, Opole
Institute of Mathematics and Informatics
jczel@math.uni.opole.pl
and
Jerzy Pogonowski (EN)
Adam Mickiewicz University, Poznań
Department of Applied Logic
pogon@amu.edu.pl

$ZF_{1.5}$ is a set theory of second-order which means that its axioms are defined in terms of second order formulas of the language $L_{st} = \{\in\}$ (enriched with a constant ω). The set of second-order formulas of L_{st} is an extension of the standard set of first-order formulas of L_{st}. The extension is obtained by adopting second-order operation and predicate variables. $ZF_{1.5}$ retains the axioms of Zermelo-Fraenkel's first-order theory ZF (together with the Scheme of Replacement). The difference consists in adopting the so called Axiom of Unrestricted Replacement for ω, which is a second-order axiom. To express this axiom, it is assumed that the constant symbol ω denotes the set of natural numbers, the latter being defined in the well-known way as the least non-zero limit ordinal. The formula being the definite description of the set of natural numbers is a first-order formula. The existence of the set of natural numbers is a consequence of the Axiom of Infinity and other axioms of ZF.

The standard Scheme of Replacement entails that for every first-order definable operation F defined on sets, the image $F[\omega]$ of ω is a set as well. Of course, the set $F[\omega]$ is countable. However, as we shall see, the standard axioms of ZF *do not* imply that for *every* set-to set operation F, the image $F[\omega]$ is a set. Roughly speaking, each operation, when restricted to ω, assigns to each natural number a certain object. (Since the Purity Principle for sets is accepted, the objects assigned to natural numbers are sets.) If F is first-order definable (in ZF), then the Scheme of Replacement guarantees that $F[\omega]$ is a set. However, there are no *a priori* logical reasons to claim that the totality of all objects individually assigned to consecutive natural numbers forms a *set* unless the rule defining this assignment is first-order definable in L_{st}. The Axiom of Unrestricted

Replacement captures this distinction. The latter axiom thus states that for *every* operation F defined on sets, the F-image of ω , $F[\omega] = \{F(n) : n \in \omega\}$ is a set.

Each operation is viewed as an assignment or a rule, which to each object of a certain king assigns an object. Here the term *operation* is treated as a primitive entity and the meaning of this term is *not* tantamount to that of a *function*, the latter being genuinely a set theoretic concept. (A function is a set or a class of ordered pairs with the uniqueness property.) Operations, in contradistinction to functions, are not assumed to be set-theoretic entities and they are not the same things as sets (or classes) of ordered pairs. In $ZF_{1.5}$ the restriction of each operation F to ω has the well-defined extension, viz. the set of ordered pairs $\{\langle n, F(n)\rangle : n \in \omega\}$. In turn, the Unrestricted Replacement implies, more generally, that every set-to set operation has a well-defined extension as well.

$ZF_{1.5}$ is a stronger theory than ZF. But at the same time $ZF_{1.5}$ is weaker than the second-order version ZF_2 of ZF with the unrestricted replacement for arbitrary sets. (In fact, one may also consider a weaker variant of $ZF_{1.5}$, viz. the *monadic* $ZF_{1.5}$, where all operation and predicate variables are unary.)

Galois connections in Intuitionistic Logic

Wojciech Dzik (EN)
join work with **Jouni Järvinen** and **Michiro Kondo**
Silesian University, Katowice
Institute of Mathematics
dzikw@silesia.top.pl

Let $f : P \to Q$ and $g : Q \to P$ be two maps on two partially ordered sets P and Q. The pair (f, g) is a *Galois Connection* if

$$f(x) \leq y \iff x \leq g(y)$$

for all $x \in P, y \in Q$.

We consider Intuitionistic Propositional Logic with two unary operators $\blacktriangle$ and $\triangledown$ and rules representing a Galois Connection, IntGC. We prove algebraic completeness of IntGC with respect to the class of Heyting algebras equipped with a Galois connection.

The completeness of the logic is proved also with respect to relational semantics.

Applications to the theory of rough fuzzy sets are presented.

References

[1] Dzik, Wojciech, Järvinen, Jouni, Kondo, Michiro; *Intuitionistic Propositional Logic with Galois Connections*, Logic Journal of the IGPL, (2009).

[2] Järvinen, Jouni, Kondo, Michiro, Kortelainen, Jari; *Logics from Galois connections*, International Journal of Approximate Reasoning, 49, 595–606, (2008).

O przyczynowości w ujęciu Judei Pearla

Tomasz Furmanowski (PL)
Uniwersytet Wrocławski, Wrocław
Katedra Logiki i Metodologii Nauk
tomasz.furmanowski@vp.pl

Referat będzie dotyczył algorytmizacji procesu ”odgadywania” relacji przyczynowo–skutkowych. Matematyzacja pojęcia przyczyny osiągnięta w języku sieci bayesowskich jest wykorzystywana nie tylko w sztucznej inteligencji.

On Formal Methods of Solving R.M. Smullyan Puzzles Again

Adam Kolany
Katowice
adamkolany@pm.katowice.pl

We are going to extend our ideas from [1] to solving some knave/knight puzzles from [2] by reducing them to the problem of derivability of certain formulae in certain formal systems based on subsystems of classical logic with equality.

Example: ([1], An absend-minded Logician — three brothers)

> *There are three brothers: John, Jack and Albert. John and Jack allways lie and Albert always says truth. How to decide who is John asking only one three words long question?*

SOLUTION:

Let $U\epsilon V$ mean that »U is V«. We are looking for such a φ that

$$\mathcal{P}_2 \cup \mathcal{D} \models \mathrm{Z} \triangleleft \varphi \leftrightarrow (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn})$$

where

$$\mathcal{P}_2 = \{\mathbf{Z} \leftrightarrow (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Alb}),\ \mathbf{Z}' \leftrightarrow (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}) + (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jck}),\ (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jck}) \rightarrow (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn})'\}$$

and

$$\mathcal{D} = \{\mathbf{Z} \triangleleft \varphi \leftrightarrow (\mathbf{Z} \leftrightarrow \varphi) : \varphi\text{–a formula}\}$$

We have $\mathbf{Z} \triangleleft \varphi \equiv (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn})$, hence $\mathbf{Z} \leftrightarrow \varphi \equiv (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn})$, which implies

$$\varphi \equiv \mathbf{Z} \leftrightarrow (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}) \equiv \mathbf{Z} \triangleleft (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}),$$

where '$\equiv$' above is the Lindenbaum equality with respect to $\mathcal{P}_2 \cup \mathcal{D}$.

As we see, we could ask "if I asked whether you are John would you answer »yes«?"

But it is not a three words long question!!

We have:

$$\begin{aligned}
\varphi &\equiv \mathbf{Z} \leftrightarrow (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}) \equiv \mathbf{Z} \cdot (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}) + \mathbf{Z}' \cdot (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}) \equiv \\
&\equiv ((\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}) + \mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jck}))' \cdot (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}) + ((\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}) + (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jck})) \cdot (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn})' \equiv \\
&\equiv (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn})' \cdot (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jck})' \cdot (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn}) + (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jck}) \cdot (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn})' \equiv \\
&\equiv (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jck}) \cdot (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jhn})' \equiv (\mathbf{Z}\epsilon\mathbf{Jck})
\end{aligned}$$

So we should ask if the questioned person is Jack.

Bibliography

[1] A. Kolany, *A General Method of Solving Smullyan's Puzzles*, LOGIC AND LOGICAL PHILOSOPHY, **4**(**1996**), 97-103

[2] R.M. Smullyan, *To mock a mockingbird and Other Logic Puzzles: Including an Amazing Adventure in Combinatory Logic*, polish translation by J. Pogonowski

System of surroundings determined by KTB-algebras

Zofia Kostrzycka (EN)
The Opole University of Technology, Opole
Institute of Mathematics and Physics
z.kostrzycka@po.opole.pl

The Brouwerian logic **KTB** is said to be non-transitive as it is characterized by the class of reflexive and symmetric (admitting non-transitive) frames.

The algebraic counterpart of **KTB** is a special modal algebra $\mathfrak{A} = \langle A, \cap, \cup, -, I, 0, 1\rangle$ fulfilling the conditions
(1) $I(a) \leq a$
(2) $a \leq I(-I(-a))$ for any $a \in A$, known as KTB-algebra.

It is well known that each Boolean algebra $\mathfrak{A} = \langle A, \cap, \cup, -, 0, 1\rangle$ is isomorphic to a field of sets, subsets of the so-called *Stone space* $\mathcal{P}(A)$ for $\mathfrak{A}$. More specifically, $\mathcal{P}(A)$ is the family of all prime filters in $\mathfrak{A}$.

Modal algebras, in addition to Boolean operators, enjoy modal operators I and C corresponding to the connectives $\Box$ and $\Diamond$, respectively. The representation theorem for $S4$-modal algebras was proven by B. Jónsson and A. Tarski in [2] and [3]. The operators I and C are represented there by topological interior and closure operators. The special case of Gödel-Löb's algebras was considered by R. Magari in [4] and J. Hawranek in [1].

In this talk, we consider the problem of representation for KTB- and T_n-algebras. There are defined systems of surroundings which play, in the case of KTB-algebras, a similar role as topological spaces for $S4$-algebras. In particular, we prove that systems of surroundings suffice to represent all finite KTB-algebras. We also identify the class of structures sufficient to represent all finite T_n-algebras for each $n \geq 1$.

References

[1] J. Hawranek, *A topological interpretation of diagonalizable algebras*, Bulletin of the Section of Logic, Vol. 19, (4), (1990), 117–121.

[2] B. Jónsson, A. Tarski, *Boolean algebras with operators I*, American Journal of Mathematics, Vol. 73, (1951), 891–939.

[3] B. Jónsson, A. Tarski, *Boolean algebras with operators II*, American Journal of Mathematics, Vol. 74, (1952), 127–162,

[4] R. Magari, *Representation and Duality Theory for Diagonalizable Algebras*, Studia Logica, Vol. 34, (4), (1975), 305–313.

Name calculus revisited

Piotr Kulicki (EN)
The John Paul II Catholic University of Lublin, Lublin
Department of the Foundations of Computer Science
kulicki@l3g.pl

In recent years within the information processing research a need for simple logical calculi, concerning relations between names, has arisen. Such calculi, with good computational properties and moderate expressive power, have been developed mainly within the Description Logic paradigm. There are also attempts to build such a logic on the basis of syllogistic (see I. Pratt-Hartmann, L.S. Moss, *Logic for the relation syllogistic*, The Review of Symbolic Logic v. 2, nr 4, 2009). Thus, it seems reasonable to come back to the research on name calculus conducted throughout the 20$^{\text{th}}$ century.

In the talk I would like to present some results on name calculus achieved on the basis of the works of J. Łukasiewicz and J. Słupecki, who axiomatised Aristotle's syllogistic as a quantifier free theory, based on classical propositional logic. Their calculus will be extended with operators present in S. Leśniewski's ontology.

Different fragments of classical syllogistic and ontology which can be axiomatised in such a way will be analysed. Moreover, some new systems of syllogistic, formalising intuitions that have not been taken into consideration so far, will be presented.

Konieczność i istnienie; propozycja analizy logicznej

Marek Magdziak (PL)
Uniwersytet Wrocławski, Wrocław
Katedra Logiki i Metodologii Nauk
mmagdziak@o2.pl

(1) Rozważania dotyczące związków logicznych pomiędzy tym, co *konieczne* i *możliwe* znajdujemy już w rozdziałach 12 i 13 *Hermeneutyki* oraz w *Analitykach Pierwszych* Arystotelesa. Stagiryta utrzymywał, że sąd to czynność umysłu, dzięki której umysł łączy lub rozłącza. Dlatego twierdzenie, że *jest konieczne (możliwe)*, że *każde* α *jest* β powiada, że β *musi (może) być orzekane o każdym przedmiocie, o którym* α *jest orzekane.* Ogólnie, *koniecznym* nazywał Arystoteles to, co *nie może nie być.* To, co konieczne można także określić jako *to, czego zaprzeczenie jest zaprzeczeniem bytu.* Np. Sokrates jest z konieczności zwierzęciem, bo gdy zanegujemy jego zwierzęcość to zanegujemy także jego byt.

(2) Współczesne badania nad pojęciami konieczności i możliwości zostały zapoczątkowane przez C. I. Lewisa. Aby uniknąć paradoksów implikacji materialnej, Lewis rozwijał systemy implikacji ścisłej, pozbawionej cech paradoksalnych. Przyjmując, że pierwotny termin to możliwość $\diamond$, zdefiniował ją następująco: $A \Rightarrow B =_{df} \neg \diamond (A \& \neg B)$. Później K. Gödel (1932) zaproponował inny opis logik konieczności i możliwości. Przyjmując za podstawę zwykły klasyczny rachunek zdań, formułował dodatkowe aksjomaty i reguły dla pojęć konieczności i możliwości. Uznając za pierwotny symbol konieczności $\Box$, pokazał np., że ścisła implikacja Lewisa może zostać zdefiniowana za pomocą implikacji materialnej w następujący sposób: $A \Rightarrow B =_{df} \neg \Box (A \to B)$.

(3) Jedna z najciekawszych metod semantycznej analizy pojęć konieczności i możliwości zapoczątkowana przez S. Kripkego (1959) nawiązuje do formuły Leibniza, że *konieczne jest to, co zachodzi we wszystkich światach możliwych.* Zakłada się tutaj niepusty zbiór **W**, którego elementy nazywamy światami możliwymi. Na zbiorze **W** określa się dwuargumentową relację **R**, nazywaną relacją *osiągalności.* Napis **vRw** czytamy: **v** *jest osiągalne dla* **w**. Powiemy teraz, że

A jest konieczne w świecie $\mathbf{w}$ (przy ustalonym $\mathbf{W}$ i $\mathbf{R}$), gdy dla każdego $\mathbf{v}$ takiego, że $\mathbf{vRw}$, A zachodzi w świecie $\mathbf{v}$. Jeśli pojęcie możliwości zdefiniujemy teraz w następujący sposób: $\Diamond \mathrm{A} =_{df} \neg\Box(\neg A)$, to mamy także, że A jest możliwe w świecie możliwym $\mathbf{w}$, gdy istnieje $\mathbf{v}$ takie, że $\mathbf{vRw}$ i A zachodzi w świecie $\mathbf{v}$. (Zakładamy ustaloną interpretację zdań prostych $\mathbf{V}$, a spójniki logiczne interpretujemy w zwykły sposób). Jeśli za prawdy logiczne uznajemy formuły prawdziwe we wszystkich światach możliwych, przy dowolnie ustalonym zbiorze światów możliwych $\mathbf{W}$, dowolnie ustalonej relacji osiągalności $\mathbf{R}$ oraz dowolnie ustalonym $\mathbf{V}$, to zbiór prawd logicznych można opisać syntaktycznie jako najmniejszy zbiór $\mathbf{Z}$, taki że (1) wszystkie podstawienia tautologii klasycznych należą do $\mathbf{Z}$, (2) każda formuła o postaci $\Box(A \to B) \to (\Box A \to \Box B)$ należy do $\mathbf{Z}$, (3) jeśli $A \to B$ i A należą do $\mathbf{Z}$, to B należy do $\mathbf{Z}$ oraz (4) jeśli A należy do $\mathbf{Z}$, to $\Box A$ należy do $\mathbf{Z}$. Punkty (1) i (2) określają aksjomaty, a punkty (3) i (4) reguły systemu dedukcyjnego omawianej logiki.

(4) Przyjmując współczesny sposób analizy pojęć konieczności i możliwości, można także dać wyraz przekonaniu, że *konieczne jest to, czego zaprzeczenie jest zaprzeczeniem bytu*. Zamiast *β musi (może) przysługiwać każdemu α*, powiemy, że dla przedmiotu α musi (może) być tak, że B (B zastępuje sąd lub odpowiadającą mu sytuację). Np. dla Sokratesa jest konieczne, to że Sokrates jest zwierzęciem. Z drugiej strony, np. dla Platona nie jest wcale konieczne, to że Sokrates jest zwierzęciem. Pojęcie konieczności zrelatywizujemy więc do przeliczalnie wielu przedmiotów których owa konieczność dotyczy. Przyjmiemy więc przeliczalnie wiele przedmiotowo zorientowanych operatorów konieczności: $\mathbf{a_1}, \mathbf{a_2}, \ldots$ a dla dowolnego $\mathbf{n}$, zapis $\mathbf{a_n}A$ będziemy czytać: A jest konieczne dla przedmiotu $\mathbf{a_n}$. Aby podać semantyczny opis konieczności (i możliwości) zorientowanej przedmiotowo, załóżmy pewien niepusty zbiór światów możliwych $\mathbf{W}$. Na zbiorze tym określamy teraz przeliczalnie wiele dwuargumentowych relacji $\mathbf{R_1}, \mathbf{R_2}, \ldots$. Napis $\mathbf{vR_kw}$ czytamy: *w świecie możliwym* $\mathbf{w}$ *świat* $\mathbf{v}$ *jest sprzyjający dla przedmiotu* $\mathbf{a_k}$. Powiemy teraz, że A jest konieczne dla przedmiotu $\mathbf{a_k}$ w świecie $\mathbf{w}$ (przy ustalonych $\mathbf{W}$ i $\mathbf{R_1}, \mathbf{R_2}, \ldots$), gdy dla dowolnego świata $\mathbf{v}$ takiego, że $\mathbf{vR_kw}$ A zachodzi w świecie $\mathbf{v}$. Dla dowolnego $\mathbf{k}$ możemy zdefiniować także przedmiotowo zorientowane pojęcie możliwości kładąc: $\mathbf{a_k} * A =_{df} \neg\mathbf{a_k}(\neg A)$. Wtedy A jest możliwe dla przedmiotu $\mathbf{a_k}$ w świecie możliwym $\mathbf{w}$ gdy dla pewnego $\mathbf{v}$ takiego, że $\mathbf{vR_kw}$ A zachodzi w świecie $\mathbf{v}$. Powiemy teraz, że przedmiot $\mathbf{a_k}$ istnieje w świecie możliwym $\mathbf{w}$ (symbolicznie $\mathrm{Ex}\mathbf{a_k}$), gdy $\mathbf{wR_kw}$ oraz że przedmiot

$\mathbf{a_k}$ jest możliwy w świecie możliwym $\mathbf{w}$ (symbolicznie Pos$\mathbf{a_k}$), gdy dla pewnego $\mathbf{v}$, $\mathbf{vR_kw}$. (Zakładamy ustaloną interpretację zdań prostych $\mathbf{V}$, a spójniki logiczne interpretujemy w zwykły sposób.) Zakładamy także, że dla dowolnego $\mathbf{k}$, relacja $\mathbf{R_k}$ posiada następującą własność: jeśli $\mathbf{vR_kw}$, to $\mathbf{vR_kv}$. Jeśli za prawdy logiczne uznajemy formuły prawdziwe we wszystkich światach możliwych, przy dowolnie ustalonym zbiorze światów możliwych $\mathbf{W}$, dowolnie ustalonych relacjach $\mathbf{R_1}, \mathbf{R_2}, ...$ (spełniających powyższy warunek) oraz dowolnie ustalonego $\mathbf{V}$, to zbiór prawd logicznych można opisać syntaktycznie jako najmniejszy zbiór $\mathbf{Z}$, taki że (1) wszystkie podstawienia klasycznych tautologii należą do $\mathbf{Z}$, oraz każda formuła o postaci (2) $\mathbf{a_k}(A \to B) \to (\mathbf{a_k}A \to \mathbf{a_k}B)$, (3) $\mathrm{Ex}\mathbf{a_k} \to (\mathbf{a_k}A \to A)$, (4) $\mathbf{a_k}(\mathrm{Ex}\mathbf{a_k})$ (5) $\mathbf{a_k} * A \to \mathrm{Pos}\mathbf{a_k}$ oraz (6) $\mathrm{Pos}\mathbf{a_k} \to (\mathbf{a_k}A \to \mathbf{a_k} * A)$ należy do $\mathbf{Z}$, a ponadto (7) jeśli $A \to B$ i A należą do $\mathbf{Z}$, to B należy do $\mathbf{Z}$ oraz (8) jeśli A należy do $\mathbf{Z}$, to dla dowolnego $\mathbf{k}$, $\mathbf{a_kA}$ należy do $\mathbf{Z}$. Punkty (1) - (6) określają aksjomaty, a (7) i (8) reguły systemu dedukcyjnego omawianej logiki. Na mocy (3) otrzymamy formułę $\mathbf{a_k}A \to (\neg A \to \neg\mathrm{Ex}\mathbf{a_k})$. Z (6) otrzymamy formułę $(\mathbf{a_k}A \& \mathbf{a_k} * A) \to \neg\mathrm{Pos}\mathbf{a_k}$. Można także udowodnić formuły: $\mathbf{a_k}(\mathbf{a_k}A \to A)$, $\mathbf{a_k}(\mathbf{a_k}A) \to \mathbf{a_k}A$ oraz $\mathrm{Ex}\mathbf{a_k} \to \mathrm{Pos}\mathbf{a_k}$.

Skonsultuj się z lekarzem lub farmaceutą, czyli rzecz o spójniku międzyzdaniowym "lub" w języku naturalnym oraz spójniku alternatywy w ekstensjonalnej logice

Elżbieta Magner (PL)
Uniwersytet Wrocławski
Katedra Logiki i Metodologii Nauk
dr.em@wp.p

Referat dotyczy zagadnienia odpowiedniości między spójnikiem alternatywy w języku naturalnym (spójnikiem zdaniotwórczym od dwóch argumentów zdaniowych), a spójnikiem alternatywy w ekstensjonalnej logice.

Alicja, Labirynty i Magiczny Ogród

Jerzy Pogonowski (PL)
Uniwersytet Adama Mickiewicza, Poznań
Zakład Logiki Stosowanej
www.logic.amu.edu.pl, pogon@amu.edu.pl

[Odczyt sponsorowany przez Katedrę Logiki i Metodologii Nauk Uniwersytetu Wrocławskiego.]

Tytuł odczytu nawiązuje do tytułów dokonanych niedawno tłumaczeń trzech książek Raymonda Smullyana:

- ***Alicja w Krainie Zagadek. Opowieść w Stylu Lewisa Carrolla dla Dzieci Poniżej Osiemdziesiątki***. Podstawa przekładu: *Alice in Puzzle-Land. A Carrollian Tale for Children Under Eighty*. Penguin Books, 1982. ISBN 0 14 00.7056 7. Pierwsze wydanie: Wiliam Morrow and Company, Inc., New York, 1982.

- ***Labirynty Logiczne***. Podstawa przekładu: *Logical Labyrinths*. A K Peters, Wellesley, Massachusetts, 2009. ISBN 978-1-56881-443-8.

- ***Magiczny Ogród George'a B. i Inne Zagadki Logiczne***. Podstawa przekładu: *The Magic Garden of George B. And Other Logic Puzzles*. Polimetrica, International Scientific Publisher, Monza Milano, 2007. ISBN 978-88-7699-063-3.

Z każdej z tych pozycji wybieramy kilka ciekawostek, które powinny zainteresować logików, nie tylko ze względu na walory dydaktyczne tych książek.

- Z *Alicji w Krainie Zagadek* wybieramy historię o *antylogice* (pewnej konsekwencji odrzucającej) oraz (niemalże taoistyczną) przypowieść o mieszaniu jawy ze snem.

- *Labirynty Logiczne* oprócz zagadek zawierają ciekawe ujęcie logiki pierwszego rzędu, wraz z metodą tablic analitycznych oraz kilkoma ważnymi twierdzeniami (Robinsona, Betha, Craiga). Zwrócimy uwagę na omawianą przez Smullyana *zasadę Nelsona Goodmana*, mającą zastosowanie w różnych systemach logicznych.

- *Magiczny Ogród* to miejsce, w którym rozkwitają konstrukcje algebraiczne o fundamentalnym znaczeniu dla logiki matematycznej, podstaw matematyki oraz informatyki. Początek maja to dobry moment, aby ujrzeć algebry Boole'a jako ogrody pełne kwiatów.

Dokonanie tych przekładów (łącznie z wcześniejszymi pracami niniejszego oraz innych tłumaczy) pozwala czytelnikowi polskiemu na zapoznanie się ze ***wszystkimi*** dotąd opublikowanymi książkami z zagadkami logicznymi autorstwa Raymonda Smullyana. Przekłady omawiane w odczycie czekają na zainteresowanie wydawców.

Topologiczne interpretacje mereologii

Bartłomiej Skowron (PL)
Uniwersytet Wrocławski, Wrocław
Katedra Logiki i Metodologii Nauk (doktorant)
barteks61@wp.pl

Całość (część) podobnie jak jedność, prawda czy dobro w klasycznej filozofii były *transcendentaliami*, czyli tym, co przekracza różnice pomiędzy rodzajami. W XIX i XX wieku teorią całości i części zajmowali się m.in. Husserl, Ingarden, Twardowski. Formalnie najlepiej opracowaną i znaną jest mereologia[1] Leśniewskiego. W referacie zdefiniujemy struktury mereologiczne, wskażemy na ich związek z algebrami Boole'a i z odpowiednimi przestrzeniami topologicznymi, korzystając z [3], [4] oraz [1]. Związek mereologii i topologii, zauważony już przez Husserla, stał się podstawą nowej dziedziny w obszarze ontologii formalnej — *mereotopologii*. W referacie wskażemy również — definiując mereotoplogię (zob. [5]) — jak niżej opisane pojęcia (i związki między nimi), zostały wykorzystane w badaniach ontologicznych.

[1] Mereologia urodziła się z czekolady, jak miał powiedzieć sam Leśniewski.

Definicja 1 (Fuzja) *Niech* $\langle M, \sqsubseteq \rangle$ *będzie częściowym porządkiem.* $x \mathrm{fus} X$ *(x jest fuzją X) definiujemy w następujący sposób:*

$$x \mathrm{fus} X \Leftrightarrow (\forall y \in X)(y \sqsubseteq x) \wedge \forall z(z \sqsubseteq x \rightarrow \exists w(w \in X \wedge w \odot z))$$

gdzie $w \odot z$ *oznacza, że istnieje takie* r*, że* $r \sqsubseteq w$ *oraz* $r \sqsubseteq z$*.*

Definicja 2 (Struktura mereologiczna) *Parę* $\langle M, \sqsubseteq \rangle$ *nazywamy strukturą mereologiczną wtedy i tylko wtedy, gdy jest ona spolaryzowanym częściowym porządkiem oraz dla każdego* $X \subseteq M$ *istnieje jego fuzja.*

Twierdzenie 1 *Każda struktura mereologiczna powstaje z jakiejś nietrywialnej zupełnej kraty boolowskiej po wyrzuceniu zera tej kraty, oraz odwrotnie każda zupełna nietrywialna krata boolowska powstaje z jakiejś struktury mereologicznej po dodaniu zera do struktury.*

Definicja 3 *Podzbiór* A *dowolnej przestrzeni topologicznej* τ *jest regularnie-otwarty, gdy* $A = \mathrm{int}(\mathrm{cl}(A))$*.*

Twierdzenie 2 *Niech* $\mathcal{R}_\tau$ *będzie rodziną wszystkich niepustych zbiorów regularnie-otwartych pewnej przestrzeni topologicznej* τ*. Wtedy* $\langle \mathcal{R}_\tau, \subseteq \rangle$ *jest strukturą mereologiczną.*

Twierdzenie 3 *Dla każdej struktury mereologicznej istnieje zwarta, całkowicie niespójna przestrzeń topologiczna* T_2*, której rodzina wszystkich niepustych zbiorów domknięto-otwartych uporządkownych relacją inkluzji jest izmorficzna z ową strukturą mereologiczną.*

Literatura

[1] Błaszczyk A., *Aspekty topologiczne algebr Boole'a*, Wyd. Uniwersytetu Śląskiego, Katowice **1982**.

[2] Guarino N., (ed) *Formal ontology in information systems*, IOS Press, Amsterdam, Oxford, Tokyo, Washington **1998**.

[3] Gorzka C., *Mereologia a topologia i geometria bezpunktowa*, Wyd. Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń **2003**.

[4] Pietruszczak A., *Metamereologia*, Wyd. Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń **2000**.

[5] Pratt-Hartmann I., *First-order mereotopology*, [w:] Aiello M., Bentham J., Pratt-Hartmann I. (ed.), *Handbook of spatial logics*, Springer, **2007**.

[6] Smith B., *Basic concepts of formal ontology*, [w:] [2], s. 19-28.

[7] Varzi A., *Basic Problems of Mereotopology*, [w:] [2], s. 29-38.

Rola wizualizacji w poznaniu matematycznym a tradycyjne zagadnienia epistemologii matematyki

Michał Sochański (PL)
Uniwersytet Adama Mickiewicza, Poznań
Instytut Filozofii (doktorant)
Sochański.michal@aviva.com.pl

W przeciągu ostatnich dwudziestu lat sporym zainteresowaniem cieszyła się kwestia roli wizualizacji w poznaniu matematycznym. Przez termin „wizualizacja" najczęściej rozumie się przestrzenne reprezentacje obiektów matematycznych, czyli np. rysunki, diagramy, czy wykresy. Zgodnie z powszechnie dziś przyjmowanym poglądem, wizualizacje można traktować jedynie jako heurystyki, wspomagające rozumowanie, czy zrozumienie niektórych aspektów dowodu; z zasady, można z nich zawsze zrezygnować, zastępując argumentacją czysto symboliczną. Wbrew takiemu stanowisku, wielu współczesnych filozofów matematyki argumentuje, iż wizualizacje grają często bardzo istotną rolę w rozumowaniach matematyków. Nie jest to, według nich, rola jedynie pomocnicza - można mówić o roli wizualizacji w wyjaśnianiu, konfirmacji twierdzeń, jak również o specyficznie diagramatycznych rozumowaniach (jak się je czasem nazywa). Rozumowaniom takim można, według niektórych autorów, nadać ścisłą formę, pozwalającą uznać je za rozumowania równie wiarygodne, co „tradycyjne" dowody logiczne, będące ciągami formuł. Skrajny poglądy głosi, iż można nawet mówić o dowodach diagramatycznych, w przypadku których diagramy stanowią wystarczające uzasadnienie dla niektórych twierdzeń — tak, iż użycie „tradycyjnego" dowodu staje się zbędne.

Mój referat ma dwa cele: po pierwsze krótko przedstawię niektóre ujęcia roli wizualizacji w poznaniu matematycznym. Po drugie, spróbuję zestawić owe ujęcia z tradycyjnymi zagadnieniami epistemologicznymi, tzn. kwestią analityczności i aprioryczności twierdzeń matematycznych. Spróbuję tu podać możliwe odpowiedzi na takie pytanie, jak: Czy intuicja wizualna jest typem poznania apriorycznego, czy empirycznego? Czy, i w jakim sensie, rola wizualizacji w poznaniu matematycznym stanowi argument za istnieniem pozajęzykowego, pozalogicznego elementu w rozumowaniach matematyków? Tym samym, czy rozumowania matematyków mają charakter syntetyczny?

O pułapkach myślenia probabilistycznego

Krzysztof Szymanek (PL)
Uniwersytet Śląski, Katowice
Instytut Filozofii
Zakład Logiki i Metodologii
disamis@vp.pl

Myślenie probabilistyczne, jak pokazują systematyczne badania, sprawia ludziom wiele kłopotów. Dotyczy to zarówno sytuacji podejmowania decyzji w warunkach niepewności, jak i wyprowadzania wniosków z danych przedstawionych w kategoriach probabilistycznych. Celem wystąpienia jest, po pierwsze, zaprezentowanie kilku spotykanych w praktyce rodzajów zwodniczych rozumowań, w tym również błędów popełnionych przez doświadczonych badaczy. Sformułuję również kilka przestróg dotyczących badania argumentów omawianego typu.

W drugiej części zajmę się dyskusją nad pewny m ważnym typem argumentów, w których szczególnie łatwo o pomyłkę co do zasady przejścia od przesłanek do konkluzji. Dyskusją obejmę również problematykę przesłanek „ukrytych" i ich roli we wnioskowaniu indukcyjnym.

Temporal Logic and Special Relativity

Marcin Tkaczyk (EN)
Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Lublin
Katedra Logiki
tkaczyk@kul.pl

The problem of applicability of systems of temporal logic in physical discourse is discussed. It is a vital question since the origin of Special Relativity from Albert Einstein. Since the very beginning of the contemporary development of temporal logic there has been observed some serious difficulties in this area. Both historical and theoretical aspects of the problem are discussed and some solution is recommended.

Golog: technika abstrakcji metajęzykowej w Prologu

Michał Tyburski (PL)
Uniwersytet Wrocławski, Wrocław
Katedra Logiki i Metodologii Nauk (doktorant)
logika01@gmail.com

Przedmiotem referatu będzie mechanizm abstrakcji metajęzykowej - formułowanie nowych języków w terminach języka starego - na przykładzie programowania w Prologu. Programowanie w Prologu, w odróżnieniu od programowania w tradycyjnych, imperatywnych językach programowania, nie polega na opisywaniu algorytmów, które ma wykonywać komputer, ale sprowadza się do opisywania problemów w języku klauzul hornowskich. Ciężar rozwiązania w ten sposób sformułowanych problemów spoczywa na kompilatorze Prologu, którego podstawę działania stanowią algorytmy SLD - rezolucji i unifikacji. Te cechy, w połączeniu z prostą składnią i listą jako elementarną strukturą danych, sprawiają, że Prolog doskonale nadaje się do pisania niedeterministycznych programów rekurencyjnych, jak i programów, których celem jest dedukcyjne wyszukiwanie informacji. Dodatkowo wbudowany operator `not` umożliwia pisanie programów, które zachowują własność niemonotoniczności.

Prolog posiada również wady. Programowanie nie sprowadza się do logiki. Tradycyjne, tzn. imperatywne, języki programowania zawierają konstrukcje typu: `if` TEST `then` ACTION1 `else` ACTION2 `endIf`, `while` TEST `do` ACTION `endWhile`, `do ...`, `progn ...`, etc. Konstrukcje te trudno wyrazić w czystym Prologu, co komplikuje pisanie programów w tym języku. Czy istnieje sposób na ucieczkę od tych komplikacji i dodanie do Prologu wybranych konstrukcji imperatywnych? Odpowiedz na to pytanie jest pozytywna. Wyrażenia te można wprowadzić przy pomocy makr i ich ewaluatora (interpretera). Makro jest to wyrażenie, które pełni rolę skrótu zestawu innych bardziej elementarnych wyrażeń. Wywołanie makra powoduje jego przekształcenie do zestawu wyrażeń pierwotnych. Transformacje te wykonuje ewaluator. Makra można rozumieć jako programy, które piszą inne programy. W tym sensie wywołanie makra `while` TEST `do` ACTION `endWhile` powinno doprowadzić do przekształcenia go w odpowiedni zestaw reguł i faktów (klauzul hornowskich) lub zapytań Prologu.

Projektowanie danego systemu makr i ich ewaluatora wymaga udzielenia odpowiedzi na następujące pytania [2]:

1. Dlaczego chcemy wprowadzić dany system makr?
2. Jak ma wyglądać składnia makr?
3. Do jakiej postaci będą przekształcane makra?
4. Jak zaimplementować ewaluator makr?

Odpowiedzi na te pytania będą punktami orientacyjnymi niniejszego referatu i doprowadzą nas do zrozumienia zaprojektowanego przez Raymonda Reitera [3] deklaratywno - imperatywnego języka programowania Golog (Al**go**l in **log**ic).

W drugiej części referatu podamy przykładowe zastosowania Gologu: (a) Symulowanie rozumowań na temat złożonych działań agenta w środowisku dynamicznym (układanie klocków, szukanie drogi wyjścia z labiryntu). (b) Implementacja klasycznych algorytmów (wieże Hanoi). Zastosowania te mają ilustrować przekonanie, że technika abstrakcji metajęzykowej, formułowanie nowych języków, jest jedną ze strategii rozwiązywania problemów [1].

Literatura

[1] Harold Abelson, Gerald Jay Sussman, Julie Sussman. *Struktura i interpretacja programów komputerowych.*, tłum. Marcin Kubica. WNT, 2002.

[2] Peter Norvig. *Paradigms of artificial intelligence programming: case studies in Common Lisp.* Morgan Kaufmann, 1992.

[3] Raymond Reiter. *Knowledge in action: logical foundations for specifying and implementing dynamical systems.* MIT Press, 2001.

Intuitionistic Trilattice Logics

Heinrich Wansing (EN)
Technical University, Dresden
Heinrich.Wansing@tu-dresden.de
and
Norihiro Kamide (EN)
Waseda Institute for Advanced Study
logician-kamide@aoni.waseda.jp

We take up a suggestion by Odintsov (2009) and define intuitionistic variants of certain logics arising from the trilattice $SIXTEEN_3$ introduced in (Shramko and Wansing, 2005). In a first step, a logic I_{16} is presented as a Gentzen-type sequent calculus for an intuitionistic version of Odintsov's Hilbert-style axiom system L_T (Kamide and Wansing 2009). The cut-elimination theorem for I_{16} is proved using an embedding of I_{16} into Gentzen's LJ. The completeness theorem with respect to a Kripke-style semantics is also proved for I_{16}. The framework of I_{16} is regarded as plausible and natural for the following reasons: (1) the properties of constructible falsity and paraconsistency with respect to some negation connectives hold for I_{16}, and (2) sequent calculi for Belnap and Dunn's four-valued logic and for Nelson's constructive four-valued logic are included as natural subsystems of I_{16}. In a second step, a logic IT_{16} is introduced as a tableau calculus. The tableau system IT_{16} is an intuitionistic counterpart of Odintsov's axiom system for truth entailmen $\models_t$ in $SIXTEEN_3$ and of the sequent calculus for $\models_t$ presented in (Wansing 2010). The tableau calculus is also shown to be sound and complete with respect to a Kripke-style semantics. A tableau calculus for falsity entailment can be obtained by suitably modifying the notion of provability.

References

[1] Kamide, Norihiro and Wansing, Heinrich, 2009, Sequent calculi for some trilattice logics, The Review of Symbolic Logic, 2: 374-395.

[2] Odintsov, Sergei, 2009, On axiomatizing Shramko-Wansing's logic, *Studia Logica*, 93: 407-428.

[3] Shramko, Yaroslav and Wansing, Heinrich, 2005, Some useful 16-valued logics: how a computer network should think, *Journal of Philosophical Logic*, 34: 121-153.

[4] Wansing, Heinrich: 2010, The Power of Belnap. Sequent Systems for $SIXTEEN_3$, *Journal of Philosophical Logic*, to appear.

Cyclic indeterminism

Jacek Wawer (EN)
Jagiellonian University, Cracow
Institute of Philosophy (Ph.D. student)
jacek.wawer@gmail.com

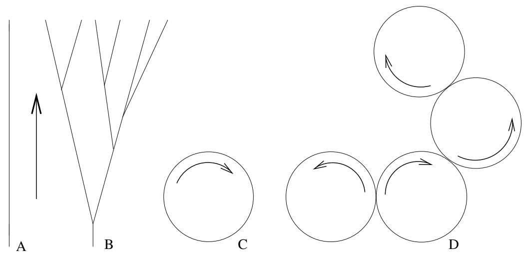
1 Introduction

There were two predominant visions of time in the history. One of them conceptualized time as a straight line and the other as a circle. The development of temporal logic in general and work of Arthur Prior in particular, revealed limitations of linear representation of time. First of all, such a picture of time (or rather the world existing in time) does not seem to be compatible with indeterminism. It motivated Prior to introduce branching to linear representation of time, where branches are to represent possible, alternative courses of events.

Even though Prior also considered circular models of time, he has never posed a problem of determinism in their context. I attempt to generalize the circular model to make it accord with indeterminism.

Firstly, I define a class of models that represent the world that both goes round in circles and permits various alternative histories (branching circles). Secondly, I present how to interpret temporal connectives i.e. "in the future" (F), "in the past" (P), their metrical counterparts, and the modal connective "possible, that" ($\Diamond$) in those models.

Next, I sketch the way of construction, for a given structure of branching circles, the structure of branching lines of which the first is a bounded morphic image (consult def. 3). Since any class of modally characterizable structures is closed under bounded morphic images, it is impossible to characterize branching structures in the way that excludes cycles. It might explain why Øhrstrøm and Hasle had difficulties finding an appropriate formula in their *Temporal Logic*.



Rysunek 1: A: linear time, B: branching linear time, C: cyclic time, D: branching cyclic time.

Interestingly, there is a formula that distinguishes branching circular structures from branching structures of linear time. As the formula $\varphi \to F\varphi$ is valid in all structures of cyclic time and not all of linear time, the formula $\varphi \to \Diamond F\varphi$ is valid in all branching circular structures and not all branching linear structures. The formula grasps, in an elegant way, the intuitions underlying the concept of cyclic indeterminism: What is happening, *might* happen again.

2 Models of Cyclic Indeterminism

Let me first define a cyclic-indeterministic structure. It is convenient to distinguish two elements in a cyclic-indeterministic structure $\mathfrak{F}$, on the one hand a world of branching circles ($\mathbb{S}$) and on the other the histories (H) that "circles round and round on the tracks of indeterministic world."

Let $\mathbb{S}$ be an ordered quintuple $\langle E, \mathbb{C}, T, [0,1)^{\infty}, \mathbb{R}, \rangle$ where:

- $E \neq \varnothing$ such that $card(E) \leq card(\aleph_1)$ is a set of possible events;
- $\mathbb{C} \subseteq \wp(E)$ such taht $\bigcup_{\mathbb{C}} = E$ are the circels consisting of possible events;
- $\mathbb{R}$ represents standard ordered real numbers necessary to assign the time coordinates to events;
- $[0,1)^{\infty} \subsetneq \wp(\mathbb{R})$ such that $[t] \in [0,1)^{\infty}$ wtw $[t] = \{x | x = r + z\}$ for some $r \in [0,1) \subsetneq \mathbb{R}$ oraz $z \in \mathbb{Z}$, is a set of "cyclic" time coordinates of events;

- $T: E \mapsto [0,1)^\infty$ is a function such that: $\forall_{C \in \mathbb{C}} \forall_{e_1, e_2 \in C}\, e_1 \neq e_2 \to T(e_1) \neq T(e_2)$. It ascribes "cyclic" coordinates to events.

Let H be a set of functions $h: \bigcup(T(E)) \mapsto E$ such that:

- if $h(x) = e$, then $x \in T(e)$;
- if $x < y$, $h(x) = e$ and $h(y) = f$, then $h[x,y] = h[x_1, x_2] \cup h[x_2, x_3] \cup \cdots \cup h[x_{n-1}, x_n]$ and $\forall_{m: 1 \leq m \leq n-1}[(x_m < x_{m+1}) \wedge (\exists_{C \in \mathbb{C}}\, h[x_m, x_{m+1}] \subseteq C)]$ (where $x_1 = x, x_n = y$).

A cyclic-indeterministic structure is a pair $\mathfrak{F} = \langle \mathbb{S}, H \rangle$.

Let $\mathbb{L}$ be a language containing a countable infinite set propositional variables *var*, Boolean connectives, and connectives $F, F_x, P, P_x, \Diamond$. Let V be a valuation function $V: var \mapsto \wp(E)$. Cyclic indeterministic *model* is a pair $\mathfrak{M} = \langle \mathfrak{F}, V \rangle$.

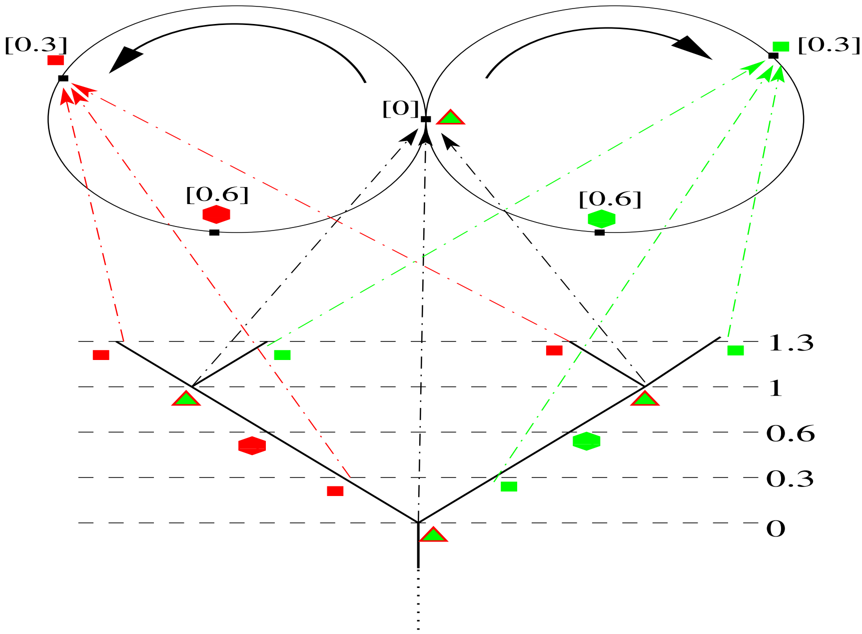
The truth in a model $\mathfrak{M}$, history h and at moment $t \in Dom(h)$ is defined in the following way:

1. $\mathfrak{M}, t/h \vDash p$ iff $h(t) \in V(p)$, for $p \in var$;
2. Boolean connectives in the classical way;
3. $\mathfrak{M}, t/h \vDash F\varphi$ iff $\exists_{t' > t}$ such that $\mathfrak{M}, t'/h \vDash \varphi$;
4. $\mathfrak{M}, t/h \vDash F_x\varphi$ iff $\exists_{e \in E} h(t+x) = e$ and $\mathfrak{M}, (t+x)/h \vDash \varphi$;
5. $\mathfrak{M}, t/h \vDash P\varphi$ iff $\exists_{t' < t}$ such that $\mathfrak{M}, t'/h \vDash \varphi$;
6. $\mathfrak{M}, t/h \vDash P_x\varphi$ iff $\exists_{e \in E} h(t-x) = e$ and $\mathfrak{M}, (t-x)/h \vDash \varphi$;
7. $\mathfrak{M}, t/h \vDash \Diamond\varphi$ iff $\exists_{h'} h' \equiv_t h$ and $\mathfrak{M}, t/h' \vDash \varphi$.

The symbol "$h' \equiv_t h$" means that the histories h and h' do not split untill t, i.e. $\forall_{t' \leq t} h(t') = h'(t')$.

3 Bounded Morphic Images

I defined the modal connectives in the cyclic-indeterministic structures in a way they are usually defined in the linear, branching structures. The accessibility relation required for interpretation of modal connectives is defined in analogous way as well (e.g. $\langle t, h \rangle R_F \langle t', h' \rangle$ iff $h = h'$ and $t < t'$; $\langle t, h \rangle R_\Diamond \langle t', h' \rangle$ iff $t = t'$ and $h \equiv_t h'$, etc.). To define the bounded morphism I am after, I need to construct a linear structure that would "imitate" a cyclic structure. To this end, one needs to choose a set W_i as numerous, as our set of histories H_i such that $\forall_{w_i \in W_i} card(w_i) = card(Dom(h_i))$ (where $Dom(h_i)$ is a domain of a history h_i). The next step is to ascribe a linear time structure to each of these sets, i.e. to define



Rysunek 2: The arrows illustrates how a fragment of a tree is mapped on the branching circles (in this case it is a simple cyclic structure consisting of two, three-elements circles branching in a point which coordinate is $[z : z \in \mathbb{Z}]$). The numbers describe time coordinate of a given event. The colourful, geometrical figures represent the sets of atomic sentences true in an event next to them.

a bijection $T_i : w_i \mapsto Dom(h_i)$. Then we "glue" the sets in W_i in a way our initial histories where glued, i.e. $w_i \equiv_t w_j$ iff $h_i \equiv_t h_j$. Lastly, we define an "imitation" function $F = \bigcup f_i$ such that for each $f_i : w_i \mapsto h_i[Dom(h_i)]$, $f_i(a) = e$ iff $T_i(a) = x \wedge h(x) = e$. It is not hard to notice that such function is a bounded morphism. The figure 2 illustrates how our bounded morhpism looks like.

We can now draw a conclusion I mentioned in the introduction. Namely, it is impossible to modally characterize a class of branching structures in a way that would exclude the occurrence of causal loops in the world.

Definition 1 *Let* $\mathfrak{F} = \langle W, R_1, R_2, \ldots, R_n \rangle$ *and* $\mathfrak{F}' = \langle W', R_1', R_2', \ldots, R_n' \rangle$ *be structures in which* $R_1, R_2, \ldots, R_n$ $(R_1', R_2', \ldots, R_n')$ *are binary relations defined on* W (W'). *Bounded morphism is a function* $f : W \mapsto W'$ *satisfying following conditions:*

1. $\forall_m 1 \leq m \leq n$ *if* $R_m(w_1, w_2)$, *then* $R_m' f(w_1), f(w_2)$;
2. *if* $R_m' f(w_1), w_2'$, *then there is* $w_2 \in W$ *such that* $R_m(w_1, w_2)$ *and* $f(w_2) = w_2'$.

We say that $\mathfrak{F}'$ is a bounded morphic image of $\mathfrak{F}$, if there is a surjective bounded morphism mapping $\mathfrak{F}$ on $\mathfrak{F}'$.

Argumenty równi pochyłej. Chwyt retoryczny, czy uzasadnione ostrzeżenie?

Krzysztof Wieczorek (PL)
Uniwersytet Śląski, Katowice
Instytut Filozofii
Zakład Logiki i Metodologii
krzysztof.wieczorek@chello.pl

Argumenty równi pochyłej (ARP) stanowią zwykle ostrzeżenie przed wykonaniem pewnego działania, które, mówiąc obrazowo, może stać się pierwszym kamykiem uruchamiającym groźną lawinę. Choć owo pierwsze posunięcie samo w sobie sprawia wrażenie w pełni usprawiedliwionego (lub przynajmniej nieszkodliwego), to jednak, w myśl konkluzji argumentu, nie należy go wykonywać, ponieważ może ono stać się pierwszym ogniwem łańcucha kolejnych, następujących po sobie wydarzeń, z których przynajmniej ostatnie jest trudne do zaakceptowania.

Problem oceny ARP dzieli badaczy zajmujących się tematyką argumentacji. Jedni widzą w nich jedynie pozbawiony większej wartości merytorycznej zręczny chwyt retoryczny, inni uznają je za ważny głos w wielu debatach i sporach, w szczególności dotyczących kwestii etycznych.

Referat poświęcony zostanie jednej z kilku odmian ARP — argumentom opisującym ciąg zdarzeń powodowany następującymi po sobie ludzkimi decyzjami. Przedstawiona zostanie krótka charakterystyka tego rodzaju ARP oraz główne zarzuty wobec zawartego w nich rozumowania. Głównym celem wystąpienia będzie jednak nie krytyka rozważanych argumentów, ale próba pokazania, że w pewnych sytuacjach zawarte w nich ostrzeżenia uznać należy za dobrze uzasadnione. Omówione zostaną niektóre z mechanizmów sprawiających, że scenariusze opisywane w ARP mają czasem większe szanse na realizację, niż by się to mogło na pierwszy rzut oka wydawać.

A quantifier-less predicate calculus

Eugeniusz Wojciechowski (EN)
University of Agriculture, Cracow
rlwojcie@cyf-kr.edu.pl

Classical predicate calculus (with identity) in the suppositional formulation (**CPC**), contains rules of introducing and omitting the universal quantifier $(\mathrm{O\Pi}, \mathrm{I\Pi})$ and the particular quantifier$(\mathrm{O\Sigma}, \mathrm{I\Sigma})$. Basing on quantifier-less name calculus (**NC**) the quantifier-less formulation of this calculus is proposed here (**PC**). Functors *all* (π) and *some* (σ) of the $(s/n)/(s/n)$ category are the substitutes of the quantifiers. The above functors are also characterized by rules.

CPC system is inferentially contained in **PC**. In turn, the **NC** language is extended by individual variables, name predicate variables and predicate variables. Universalized quantifier-less name calculus (**UNC**) is strengthen by axiom, being a substitute of identity theory axiom. An interpretation of quantifier-less predicate calculus is given in the last name calculus.

Rachunek nazw z listami

Eugeniusz Wojciechowski (PL)
Uniwersytet Rolniczy im. Hugona Kołłątaja, Kraków
rlwojcie@cyf-kr.edu.pl

Bezkwantyfikatorowy rachunek nazw, w sformułowaniu założeniowym (**BRN**), posiada reguły wprowadzania i opuszczania funktorów *wszelkie* (π) i *pewne* (σ) o kategorii n/n. Funktory te są odpowiednikami kwantyfikatorów. Proponuje się tu pewne rozszerzenie języka **BRN** o zmienne indywiduowe i operator listowy. W tak rozszerzonym języku jest budowany bezkwantyfikatorowy rachunek nazw z listami (**BRNL**), w którym przyjmuje się aksjomat AI (będący substytutem aksjomatu teorii identyczności) oraz reguły charakteryzujące operator listowy.

Methods of proving decidability of modal logics

Michał Zawidzki (EN)
University of Łódź, Łódź
Department of Logic (Ph.D. student)
chalwidz@o2.pl

In two articles printed in 1936: *An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory* and *A Note on the Entscheidungsproblem* Alonzo Church outlined the proof of undecidability of Peano Arithmetic (being a first-order theory) and, what follows, of undecidability of classical first-order calculus. In his argument Church used the theory of recursive functions and the diagonal proof, the idea of which came from Cantor.

It turns out that when we consider a problem of decidability of modal logics, ways of solving it become more diverse. Furthermore, the attempt to decide whether a certain logic is decidable is a tough task because of lack of fixed proof-methods.

In my speech I intend to discuss methods of proving decidability of the particular (classes of) modal logics, using of which depends on the properties of a given logic.

I will start with presenting the most basic method of deciding whether particular formulas are theorems in logics for which a theorem of completeness holds, namely tableau method. [1]

The next class of methods of demonstrating decidability I will talk about is turning an infinite model of particular logic into a finite one. Such an operation demands the logic to have certain properties, which will be named as well. The most popular method of the abovementioned class is filtration. I will demonstrate the Lemmon-Scott filtration of infinite model and I will also present the proof of the filtration theorem:

> Consider the basic modal language. Let $\mathfrak{M}^f_\Sigma = (W_\Sigma, R^f, V^f)$ be filtration of $\mathfrak{M}$ through a subformula closed set Σ. Then for all formulas $\phi \in \Sigma$ and all nodes w in $\mathfrak{M}$, we have $\mathfrak{M}, w \vDash \phi$ iff $\mathfrak{M}^f_\Sigma, |w| \vDash \phi$. [2]

Methods close to filtration but used in logics that lack finite model property are building quasi-models and using mosaics, both of which involve so called Hintikka sets. I will briefly discuss techniques employed in each method and present a proof of the theorem of satisfiability in a quasi-model:

> Let ϕ be a formula in the basic modal language. Then ϕ is satisfiable in $\mathfrak{J}$ if and only if there is a quasi-model for ϕ of size at $2^{|\phi|}$. [2]

Finally, I will talk about a method of proving decidability of a given logic by reducing it to a decidable theory. As an example I will present the semantically characterized logic KvB and the decidable theory *SnS* (*structures of n-successor functions*).

Worth mentioning are also various ways of proving undecidability of certain logics. I would like to refer to a method of reducing a particular undecidable problem to one of such logics, for instance the, so called, *tiling* problem (i.e. covering a given surface with tiles of patterns of finite set according to a finite set of rules). It is essential to describe at least one of the methods of proving undecidability in order to show the difference between searching methods of proving decidability and proving undecidability of modal logics and for demonstrating a greater difficulty of the latter one.

I intend to end my speech with pointing out particular properties of modal logics which in each case make them more vulnerable to particular methods of proving (un)decidability. This part of the presentation should be the crucial one.

References

[1] Gore R.P. *Cut-Free Sequent and Tableau Systems for Normal Modal Logics.* University of Cambridge. Cambrigde. 1992.

[2] Blackburn P., de Rijke M., Venema Y. *Modal Logic.* Cambridge University Press. Cambridge. 2001.