XIV Konferencja

Zastosowania Logiki w Filozofii i Podstawach Matematyki (*Applications of Logic in Philosophy and the Foundations of Mathematics*)

Szklarska Poręba
20–24 kwietnia 2009

ABSTRAKTY
(ABSTRACTS)

Piotr Błaszczyk
Euklides i Arystoteles o kontinuum
Akademia Pedagogiczna, Kraków
Instytut Matematyki, Pracownia Podstaw Matematyki
pb@ap.krakow.pl

1. W referacie przedstawiamy interpretacje wypowiedzi Arystotelesa na temat kontinuum oraz interpretacje tych partii *Elementów* Euklidesa, które traktują o wielkościach (geometrycznych). *Elementy* opisujemy językiem współczesnej matematyki (w szczególności nie posługujemy się pojęciem nieskończoności potencjalnej), tezy Arystotelesa – językiem *Elementów*.
2. Arystoteles odróżnia dwa rodzaje ilości: rozdzielną i ciągłą. Do pierwszego zalicza liczbę, do drugiego – odcinek, figurę płaska, bryłę. Podział ten implikuje postulat metodologiczny: „nie można dowodzić praw geometrycznych za pomocą arytmetyki". W *Elementach* zrazu znajdujemy wyraźny podział na geometrię [Księgi I –VI] oraz arytmetykę [Księgi VII – IX]; odpowiednio rozwinięte są też dwie teorie proporcji: wielkości geometrycznych [Księga V] oraz liczb [Księga VII]. Teorie te *spotykają się* w Księdze X, gdzie stosunki liczb porównywane są ze stosunkami wielkości.

Same wielkości geometryczne dzielone są na rodzaje: odcinki, trójkąty, kwadraty, kąty, łuki; każdy rodzaj tworzy odrębną strukturę algebraiczno-porządkową $\mathcal{M} = (M, +, <)$. W teorii proporcji z Księgi V porównywane są stosunki wielkości geometrycznych, ale różnego rodzaju.
3. Arystotelesa teoria kontinuum i Euklidesa teoria wielkości odnoszą się do tych samych przedmiotów – obiektów geometrycznych, ale opisują ich różne aspekty. Nauka Euklidesa zawarta jest w aksjomatach struktury $\mathcal{M}$ i może być opisana w języku teorii grup uporządkowanych. Nauka Arystotelesa natomiast streszcza się w tezach:

(1) „kontinuum składa się z części",
(2) „ich stykające się granice są te same i zawierają się w sobie nawzajem",
(3) części te są „podzielne w nieskończoność".

Na podstawie analizy *Elementów* – zwłaszcza aksjomatu *Całość jest większa od części* – „podzielność" odcinka L oraz to, że L „składa się z części" wyrażamy formułą $L = L_1 + L_2$, dla pewnych odcinków L_1, L_2. To, że „granice" odcinków L_1, L_2 „zawierają się w sobie nawzajem" wynika z Definicji 3, *Elementy*, Księga I. „Nieskończona podzielność" oznacza, ze każda z „części" L_1, L_2 może być przedstawiona podobnie jak L, tj. $L_1 = L'_1 + L''_1$, $L_2 = L'_2 + L''_2$. Dowód tego faktu zawiera Twierdzenie 10, *Elementy*, Księga I.

Literatura
Arystoteles, *Fizyka*, 1990.
Bell J., *The Continuous and the Infinitesimal*, 2005.
Błaszczyk P., *Analiza filozoficzna rozprawy Richarda Dedekinda* Stetigkeit und irrationale Zahlen, 2007.
Heath T.L., *Euclid. The thirteen books of The Elements*, 1956.

Piotr Błaszczyk

O punkcie, w którym Achilles dogania żółwia. Repryza

Akademia Pedagogiczna, Kraków
Instytut Matematyki, Pracownia Podstaw Matematyki
pb@ap.krakow.pl

1. W wystąpieniu przedstawiamy inne ujęcie kwestii prezentowanej w referacie *O punkcie, w którym Achilles dogania żółwia* (*vide*: XIII Konferencja Zastosowania Logiki w Filozofii i Podstawach Matematyki, maj 2008, abstrakty). Paradoks *Achilles* oraz jego *klasyczne rozwiązanie* analizujemy tym razem stosując pojęcie zbioru hiperskończonego.
2. Arystoteles pisze: „[1] Drugi to tak zwany 'Achilles' – polega na tym, że najszybszy biegacz nigdy nie może **prześcignąć** najwolniejszego. [2] Goniący musi bowiem najpierw dotrzeć do punktu, który uciekający opuścił, tak wiec uciekający musi być z przodu. [3] Jest to w zasadzie ten sam argument, co w dowodzie opierającym się na podziale na połowy, [4] choć różni się tym, że **dodawane** wielkości nie są dzielone na pół".

Zdania [1], [2] przedstawiają rozumowanie Zenona, zdania [3], [4] – argumenty Arystotelesa, natomiast rozwiązanie klasyczne koncentruje się na pojęciu dodawania: „Dla Zenona suma $t/2 + t/4 + t/8 + t/16 + \ldots$ nie może mieć wartości skończonej" [Ajdukiewicz], „we are justified in using the standard mathematical limit definition of the arithmetic sum of the infinite sequence of length numbers 1, 1/2 , 1/4 , 1/8 , 1 /16 , ... to determine the length of the union of the subintervals, which is equal to the length of the total interval" [Grünbaum].
3. Opisując rozumowanie Zenona oraz rozwiązanie klasyczne w języku analizy niestandardowej pokazujemy, że Achilles bynajmniej nie dogania żółwia. Odróżniając ciągłość ruchu (funkcji) o ciągłości przestrzeni/czasu (dziedziny funkcji) pokazujemy, że może być tak, iż Achilles przegania żółwia, chociaż nie istnieje punkt, w którym go dogania.

Wprowadzamy pojęcie przestrzeni obserwacji. Pokazujemy, ze wyścig Achillesa z żółwiem można tak opisać: Achilles przegania żółwia, istnieje ostatni *punkt*, w którym Achilles jest przed żółwiem oraz pierwszy *punkt*, w którym Achilles jest za żółwiem.

4. Podstawowe fakty i definicje. Niech $(\mathbb{R}, +, \cdot, 0, 1, <)$ będzie ciałem liczb rzeczywistych,
$\mathcal{F}$ – ultrafiltrem niegłównym na $\mathbb{N}$. Zbiór niestandardowych liczb rzeczywistych $\mathbb{R}^*$ to zbiór ilorazowy

$$\mathbb{R}^* =_{df} \mathbb{R}^{\mathbb{N}} / \mathcal{F}.$$

W $\mathbb{R}^*$ definiowane jest dodawanie $\oplus$ i mnożenie $\otimes$ („po współrzędnych") oraz porządek

$$[(r_n)] \prec [(s_n)] \leftrightarrow_{df} \{n \in \mathbb{N} : r_n < s_n\} \in \mathcal{F}.$$

Przyjmujemy też $r^* =_{df} [(r, r, \ldots)]$, dla $r \in \mathbb{R}$.

Twierdzenie. $(\mathbb{R}^*, \oplus, \otimes, 0^*, 1^*, \prec)$ *jest ciałem niearchimedesowym.*

Zbiór nieskończenie małych Ω dany jest definicją

$$\Omega =_{df} \{[(a_n)] \in \mathbb{R}^* : \forall\, \theta \in \mathbb{R}_+ [\{n \in \mathbb{N} : |a_n| < \theta\} \in \mathcal{F}]\}.$$

Niech $\{H_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ jest ciągiem podzbiorów zbioru $\mathbb{R}$. Zbiór $[H_n] \subset \mathbb{R}^*$ dany jest definicją

$$[(r_n)] \in [H_n] \leftrightarrow_{df} \{n \in \mathbb{N} : r_n \in H_n\} \in \mathcal{F}.$$

Zbiór $[H_n]$ nazywamy *hiperskończonym*, gdy $\{n \in \mathbb{N} : H_n \text{ jest skończony}\} \in \mathcal{F}$.

Twierdzenie. *Zbiór hiperskończony jest albo skończony, albo nieprzeliczalny*.

Literatura

Ajdukiewicz K., *Zmiana i sprzeczność*, 1948.
Grünbaum A,. *Modern Science and Zeno's Paradoxes*, 1968.
Kirk G. S. et al., *Filozofia przedsokratejska*, 1999.
Lindstrøm T., *An invitation to nonstandard analysis*, 1988.

Izabela Bondecka-Krzykowska

O związkach informatyki z matematyką

Uniwersytet Adama Mickiewicza, Wydział Matematyki i Informatyki,
Zakład Logiki Matematycznej
Umultowska 87, 61-614 Poznań

Jednym z podstawowych pytań filozofii informatyki jest pytanie o związek pomiędzy informatyka i matematyką. Istnieją dwa podstawowe poglądy dotyczące tego związku: albo przyjmuje się, że informatyka jest kolejna gałęzią matematyki i jako taka jest nauką formalną (paradygmat matematyczny), albo też twierdzi się, że informatyka jest nauką przyrodniczą lub eksperymentalną (paradygmat naukowy).

Podstawową działalnością informatyków jest szeroko rozumiane tworzenie programów: od sformułowania problemu do weryfikacji programu rozwiązującego go. We wszystkie etapy tworzenia oprogramowania mogą być zaangażowane metody matematyczne, jednak najwięcej kontrowersji budzi idea formalnej weryfikacji programów. W referacie przedstawiona zostanie między innymi debata dotycząca weryfikowalności programów oraz porównanie abstrakcji obecnej w informatyce z abstrakcją matematyczną.

Celem referatu jest analiza najczęściej pojawiających się w literaturze argumentów na rzecz paradygmatu matematycznego oraz przeciw niemu.

Edward Bryniarski, Jacek Waldmajer, Urszula Wybraniec-Skardowska

O logice epistemicznej dla adekwatności reprezentacji wiedzy

Uniwersytet Opolski/Wyższa Szkoła Bankowa w Poznaniu

Zdobywając wiedzę o obiektach pewnego fragmentu rzeczywistości społecznej odwołujemy się do źródeł tej wiedzy. Istotnym elementem w uzyskiwaniu takiej wiedzy jest więc i ocena wiarygodności oraz rzetelności jej źródeł. Obiekty poznania, np. wyrażenia języka, tezy, publikacje, itd., mogą reprezentować wiedzę opartą na pewnych źródłach wiedzy. Z drugiej strony – wiedza o takich np. obiektach jak środki techniczne i ekonomiczne, podmioty gospodarcze, organizacje, itd. może być wyrażona w języku. Mówimy wtedy o reprezentacji wiedzy o danych obiektach. Reprezentacja wiedzy oparta na wiarygodnych i rzetelnych jej źródłach zwie się *adekwatną reprezentacją wiedzy*.

W metodyce badań naukowych termin „źródło wiedzy" jest wieloznaczny. Np. odwołanie się w artykule naukowym do pozycji bibliograficznej raz jest traktowane jako źródło wiedzy, innym razem sama publikacja, na którą się powołujemy jest uważana za źródło wiedzy. Ciąg odwołań do pozycji literatury $[X_1, X_2, ..., X_n]$, z którymi zapoznanie się pozwala na zrekonstruowanie wiedzy wykorzystanej do otrzymania wyników prezentowanych w publikacji, jest źródłem wiedzy użytej w badaniach, ale i ta wiedza zaprezentowana w artykule też jest źródłem wiedzy uzyskanej w badaniach.

Problematyka adekwatności reprezentacji wiedzy została podjęta w rozprawie doktorskiej J. Waldmajera [2009]. W zbudowanej w tej rozprawie formalnej teorii *AT* adekwatności reprezentacji wiedzy źródła wiedzy określone zostały jako skończone ciągi poznawanych przedmiotów (układy poznawcze). Kolejność występowania przedmiotów w tych ciągach ustala porządek używania tych przedmiotów do pozyskiwania wiedzy. Teoria *AT* jest wynikiem konceptualizacji doświadczeń poznawczych, które zdobywamy ustalając wiarygodność i rzetelność źródeł wiedzy prezentowanej np. w pracach naukowych. Ocenę tej wiarygodności dokonujemy wtedy sprawdzając ciągi odwołań i odniesień: bibliograficznych, treściowych, tematycznych, przedmiotowych i podmiotowych wskazanych przez autorów prac naukowych i badawczych.

W pracy zaprezentujemy pewną logikę epistemiczną zwaną *logiką epistemiczną adekwatności reprezentacji wiedzy* (*AEL*), dla której język i model Kripke'go budowany jest standardowo (zob. H. van Ditmarsch, W. van der Hoek, B. Kool [2008]). Język tej logiki rozszerzamy o symbole operatorów epistemicznych, odpowiadające terminom formalnej teorii *AT*. Terminy te definiujemy w *języku logiki epistemicznej* jako pewne *epistemiczne operatory* zrelatywizowane do: agentów pozyskujących wiedzę, źródeł wiedzy i poznawanych obiektów.

Podstawowym operatorem epistemicznym w budowanej logice *AEL* jest operator ${}_cK_a{}^b$ ustalający – dla danej reprezentacji wiedzy φ – odpowiedź na pytanie: o czym dla agenta a jest wiedza reprezentowana przez φ i jak ją a pozyskał. Przyjęcie tego operatora jako podstawowego zainspirowane zostało przez pracę J. van Benthem'a [2007]; autorzy niniejszej pracy chcą w perspektywie zbudować pewną teorię interakcji agentów, interakcji agentów typu: pytanie/odpowiedź, prowadzącej do ustalenia adekwatności reprezentacji posiadanej przez nich wspólnej wiedzy.

Formułami atomowymi proponowanej logiki *AEL* są formuły $p \in {}_c\boldsymbol{S}_a{}^b$, gdzie ${}_c\boldsymbol{S}_a{}^b$ jest skończonym zbiorem zdań atomowych publicznie głoszonych reprezentujących wiedzę o przedmiocie c na podstawie źródła wiedzy b. Formułami atomowymi są także wszystkie podstawienia formuł $x=y$, $x\neq y$, $x\in A$, $x\in B$, $x\in C$, oraz formuły atomowe arytmetyki. Ponadto przyjmujemy, że dla dowolnych agentów a, a': ${}_{c}\boldsymbol{S}_{a}{}^{b} = {}_{c}\boldsymbol{S}_{a'}{}^{b}$, podana równość jest warunkiem publicznej dostępności źródeł wiedzy.

Modelem Kripke'go dla logiki *AEL* jest struktura $M = \langle S, {}_{C}R_{A}{}^{B}, V^{P}\rangle$, gdzie S jest zbiorem stanów, ${}_{C}R_{A}{}^{B}$ jest funkcją ${}_{C}R_{A}{}^{B}: A \times B \times C \to \wp(S \times S)$, a V^{P} jest funkcją $V^{P}: P \to \wp(S)$ waluacji taką, że dla dowolnego $p \in P$ zbiór wartości $V^{P}(p) \subseteq S$ jest zbiorem stanów, w których p jest prawdziwe. Formuły są interpretowane na parach $\langle M, s\rangle$, gdzie $s \in S$. Prawdziwość formuły φ w modelu M w interpretacji $\langle M,s\rangle$ (symbolicznie: $M,s \models \varphi$), określona jest następująco:

$M,s \models p$ wttw $s \in \mathrm{V}^{P}(p)$

$M,s \models (\varphi \wedge \psi)$ wttw $M,s \models \varphi$ i $M,s \models \psi$

$M,s \models \neg\varphi$ wttw nieprawda, że $M,s \models \varphi$

$M,s \models [\varphi]\, \psi$ wttw jeśli $M,s \models \varphi$, to $M|\varphi, s \models \psi$

$M,s \models {}_{c}K_{a}{}^{b}\varphi$ wttw dla wszystkich t takich, że $\langle s, t\rangle \in {}_{C}R_{A}{}^{B}(a,b,c)$,

$M,s \models [\bigwedge {}_{c}\boldsymbol{S}_{a'}{}^{b}]\ \varphi$,

gdzie „$\bigwedge {}_{c}\mathbf{S}_{a'}{}^{b}$" jest koniunkcją wszystkich formuł ze zbioru ${}_{c}\mathbf{S}_{a'}{}^{b}$.

W pracy definiuje się operatory epistemiczne pozyskiwania wiedzy na podstawie źródeł wiedzy, które odpowiadają terminom teorii *AT*, w oparciu o operator ${}_{c}K_{a}{}^{b}$ oraz formułuje pewne twierdzenia dotyczące własności tych operatorów. Ważną definicją dla pozyskiwania wiedzy przez agenta o adekwatności reprezentacji wiedzy jest definicja operatora adekwatności reprezentacji wiedzy. Ponadto, dla pewnych agentów pozyskujących wiedzę, źródeł wiedzy i poznawanych obiektów oraz wyróżnionej reprezentacji wiedzy φ, w oparciu o wprowadzone definicje operatorów definiuje się podstawowe predykaty Teorii *AT* i dowodzi, że posiadają one interpretacje w logice epistemicznej *AEL*.

Bibliografia

J. van Benthem: *Logic, Rational Agency, and Intelligent Interaction*. Invited lecture at the 13th International Congress of Logic, Methodology, and Philosophy of Science, Beijing 2007, to appear in Westerståhl, D., et al. (eds.), Proceedings DLMPS XIII, College Publications, London. Available from http://www.illc.uva.nl/Publications/ResearchReports/PP-2008-06.text.pdf. Last accessed on 25 February 2009.

H. van Ditmarsch, **W. van der Hoek, B. Kooi**: *Dynamic Epistemic Logic*. Synthese Library 337, Springer: Dordrecht, 2008.

J. Waldmajer, *Adekwatność reprezentacji wiedzy*, Rozprawa doktorska napisana pod kierunkiem prof. Urszuli Wybraniec-Skardowskiej, Lublin 2009.

Janusz Czelakowski

Zermelo and Fixed-Point Theorems

University of Opole, Opole
Institute of Mathematics and Informatics
jczel@math.uni.opole.pl

A poset $\boldsymbol{P} = (P, \leq)$ is *inductive* if every chain in $\boldsymbol{P}$ has a supremum. Every inductive poset possesses the least element **0** – the supremum of the empty chain.

Zermelo's Fixed-Point Theorem in the standard formulation states the following:

Version I. *Every expansive mapping π from an inductive poset $\boldsymbol{P} = (P, \leq)$ to $\boldsymbol{P}$ has a fixed-point.* □

(π is expansive if for every $a \in P$ it is the case that $a \leq \pi(a)$.) It is easy to see that that the above theorem is equivalent to the following statement:

Version II. *Let $\boldsymbol{P} = (P, \leq)$ be a poset in which every non-empty chain has a supremum. Every expansive mapping π from $\boldsymbol{P}$ to $\boldsymbol{P}$ has a fixed-point.* □

The above theorem is provable in ZF. Yet another version of Zermelo's Fixed-Point Theorem is provable in ZFC by a straightforward application of Zorn's Lemma:

Version III. *Let $\boldsymbol{P} = (P, \leq)$ be a poset in which every non-empty chain has an upper bound. Then every expansive mapping π from $\boldsymbol{P}$ to $\boldsymbol{P}$ has a fixed-point.* □

In fact, every maximal element in $\boldsymbol{P}$ is a fixed-point of π.

The theory of fixed-points splits into two, to a large extent autonomous and conceptually independent, areas of research. Each of these fields is determined by the specific choice of underlying mathematical models:

(1) the theory of fixed-points conducted in the framework of order-complete partially ordered sets (see e.g. Gunter and Scott [1990],).

(2) the theory of fixed-points developed in the setting of complete metric spaces (see e.g. Goebel [2001], Goebel and Kirk [1990], Kirk and Sims [2001]).

Zermelo's Theorem (in all versions) belongs to the first of the mentioned branches (the so called order-oriented theory of fixed points). (1) is developed in the envoirment formed by the class of posets endowed with appropriate mappings. The properties of these mappings as e.g. monotonicity, expansivity, or various forms of order-continuity are strictly conjoined with the order. (1) offers other non-trivial results as e.g. the famous Tarski Fixed–Point Theorem, Fujimoto Fixed-Point Theorem, etc. for mappings or relations defined on ordered sets. All these theorems to a large extent exploit various completeness properties of the underlying posets.

On the other hand, (2) contains an array of results that are anchored in the class of complete metric spaces augmented with suitably selected continuous mappings, and not in ordered structures with derived mappings. We mention in this context the names of Brouwer, Schauder, Kakutani, Nielsen, Caristi or Banach. They all have essentially contributed to the development of the metric-oriented theory of fixed-points.

In the talk we shall underlie the fundamental role Zermelo's Theorem (in the three versions) plays not only in the order theory of fixed-points but also in the metric theory of fixed-points. We shall show how to derive Caristi and Banach Fixed-Point Theorems from Zermelo's Theorem in a straightforward way using the Principle of Countable Choice. These facts show the logical dimension of Zermelo's Theorem as a tool enabling a uniform presentation of the theory of fixed-points from the order-theoretical standpoint. Some open problems, however, remain: how to directly derive Brouwer Fixed-Point Theorem from Zermelo's is a challenging and difficult problem.

Bibliography

S. Banach
[1922] *Sur les operations dans les ensembles abstraits et leur applications*, Fundamenta Mathematicae 3, 133 -181.
L.E.J. Brouwer
[1912] *Über Abbildungen von Mannigfaltigkeiten*, Mathematische Annalen 71, 97–115.
J. Caristi
[1976] *Fixed points theorems for mappings satisfying inwardness condition*, Transactions of the American Mathematical Society 40, 241–251.
B.A. Davey and H. Priestley
[2002] *Introduction to Lattices and Order*, 2nd ed. Cambridge University Press, Cambridge 2002.
J. Dugundji and A. Granas
[1982] *Fixed Point Theory*, Monografie Matematyczne 61, PWN, Warsaw.
T. Fujimoto
[1984] *An extension of Tarski's fixed point theorem and its application to isotone complementarity problems*, Mathematical Programming 28, 116-118.
K. Goebel
[2001] *Metric environment of the topological fixed point theorems*, in: W.A. Kirk and B. Sims (eds.) [2001], 577–611.
J. Jachymski
[2001] *Order-theoretic aspects of metric fixed point theory*, in: W.A. Kirk and B. Sims (eds.) [2001], 613–641.
K. Goebel and W.A. Kirk
[1990] *Topics in Metric Fixed Point Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.
C.A. Gunter and D.S. Scott
[1990] *Semantic Domains*, in: J. Van Leeuwen (Managing Editor), *Handbook of Theoretical Computer Science*, The MIT Press/Elsevier, Amsterdam–New York–Oxford–Tokyo /Cambridge, Massachuesetts, 634–674.
W.A. Kirk and B. Sims (eds.)
[2001] *Handbook of Metric Fixed Point Theory*, Kluwer, Dordrecht, Boston–London.
Y. N. Moschovakis
[1994] *Notes on Set Theory*, Springer-Verlag, New York–Berlin.
J. Schauder
[1930] *Der Fixpunktsatz in Funktionalraümen*, Studia Mathematica 2, 171–180.
A. Tarski
[1955] *A lattice-theoretical fixpoint theorem and its applications*, Pacific Journal of Mathematics 5, 285–309.

Wojciech Dzik

Reguły dopuszczalne i algebry Lindenbauma-Tarskiego

Uniwersytet Śląski, Katowice
Instytut Matematyki

Reguły dopuszczalne rozpatrywane są z punktu widzenia algebr Lindenbauma-Tarskiego. Problem, czy dana reguła jest dopuszczalna, sprowadza się do rozwiązania pewnych quasi-identyczności (quasi-równości) w algebrach Lindenbauma-Tarskiego. Rozpatrujemy aspekty algebraiczne, związki z teorią unifikacji, z wariantami strukturalnej zupełności, a także kwestie rozstrzygalności. Opieramy się m. in. na wynikach z algebry i logiki w tym T. Prucnala i A. Wrońskiego.

Joanna Grygiel

O pewnej charakteryzacji *krat dystrybutywnych*

Akademia Jana Długosza, Częstochowa
j.e.grygiel@gmail.com

Zostanie omówiona charakterystyka skończonych krat dystrybutywnych za pomocą podwójnych szkieletów z wagami. Podwójny szkielet powstaje w wyniku dekompozycji kraty dystrybutywnej względem szkieletowej relacji tolerancji. Potraktowanie podwójnego szkieletu jako grafu ważonego pozwala na zakodowanie wielu istotnych informacji dotyczących struktury kraty dystrybutywnej.

Mirosława Kołowska-Gawiejnowicz

Some remarks on the Lambek-Grishin Calculus

Adam Mickiewicz University
Faculty of Mathematics and Computer Science
Umultowska 87, 61-614 Poznań
mkolowsk@amu.edu.pl

The Lambek-Grishin calculus (LG) is a symmetric version of categorial grammar based on the generalizations of the Lambek calculus (LC) [4], proposed and studied by Grishin [2].

We discuss some selected results concerning the Lambek-Grishin calculus. We present the Lambek-Grishin calculus for binary and unary connectives [1,5]. We show, how the LG calculus can be extended to a calculus for *n*-ary connectives [5].

We present also ternary relation semantics for the Lambek-Grishin calculus and completeness results [3,6].

References

[1] **A. Chernilovskaya**, *The Lambek-Grishin calculus for unary connectives*, Proceedings of the Workshop Symmetric Calculi and Ludics for the Semantic Interpretation, 20th European Summer School on Logic Language and Information, Hamburg, 2008.

[2] **V.N. Grishin**, *On generalization of the Ajdukiewicz-Lambek system*, in: Studies in Nonclassical Logics and Formal Systems, Nauka, Moscow, 1983, 315-343.

[3] **N. Kurtonina, M. Moortgat**, *Relational semantics for the Lambek-Grishin calculus*, in: G.Penn, M.Kracht and E.Stabler (eds.), *Proceedings of the* 10th *Mathematics of Language Conference*, UCLA Working Papers in Linguistics, Los Angeles, 2007.

[4] **J. Lambek**, *The metamathematics of sentence structure*, American Mathematical Monthly 65 (1958), 154-169.

[5] **M. Melissen,** *Lambek-Grishin Calculus Extended to Connectives of Abitrary Arity*, Proceedings of the 20th Belgian-Netherlands Conference on Artificial Intelligence, Enschede, 2008, 161-168.

[6] **M. Moortgat**, *Symmetries in natural language syntax and semantics*: *the Lambek-Grishin calculus*, in: D.Leivant and R. de Quieros (eds.), *Proceedings of the*14th *Workshop on Logic, Language, Information and Computation*, Springer, LNCS 4596, 264-284.

Dominik Kowalski

Pragmatyczne interpretacje modyfikatorów

Uniwersytet Jagielloński, Instytut Filozofii,
Pracownia Retoryki Logicznej
domkowalski@o2.pl

Modyfikatory stwarzają problemy zajmującym się językiem naturalnym logikom. Jest niemożliwym albo bardzo trudnym opisać strukturę logiczną zdań z modyfikatorami za pomocą języka rachunku predykatów w ten sposób, aby struktura ta pozwoliła uzasadnić inferowalność z tych zdań innych, o których wiemy, że z nich wynikają.

Celem referatu jest zaprezentowanie sposobu analizy zdań zawierających modyfikatory za pomocą gramatyki kategorialnej Ajdukiewicza oraz wykazanie, że taka analiza podsuwa nam sposób wyjaśniania związanych z modyfikatorami zjawisk poprzez pojęcia właściwe dla pragmatyki jak presupozycje lub implikatury konwersacyjne. Traktując modyfikatory, a w szczególności przymiotniki niepredykatywne, jako funktory nazwotwórcze możemy zasadnie twierdzić, iż zdania z modyfikatorami nie inferują zdań, nad którymi są nadbudowane, tylko zdania te presuponują lub uznajemy je na mocy dystrybucji nazw i maksym konwersacyjnych Grice'a.

Marek Nasieniewski, Andrzej Pietruszczak

Nowe aksjomatyzacje najsłabszej regularnej modalnej logiki definiującej dyskusyjną logikę Jaśkowskiego $\mathbf{D_2}$

Uniwersytet Mikołaja Kopernika
Katedra Logiki
ul. Asnyka 2, 87--100 Toruń
pietrusz@uni.torun.pl; mnasien@uni.torun.pl

Dyskusyjna logika Jaśkowskiego $\mathbf{D_2}$ była określona za pomocą logiki modalnej **S5** przez następujący warunek (zob. [3, 4]): $A \in \mathbf{D_2}$ wtw $A^\bullet \in \mathbf{S5}$, gdzie $(-)^\bullet$ jest transformacją formuł dyskusyjnych na formuły modalne. W [2] pokazano, że do zdefiniowania $\mathbf{D_2}$ można także użyć logiki **S4**. W [7] podano logikę $\mathbf{S5^M}$ będącą najsłabszą spośród logik normalnych definiujących $\mathbf{D_2}$. W aksjomatyzacji tej logiki była użyta specyficzna reguła inferencji (RM^2_1): $\Diamond\Diamond A / \Diamond A$. Okazało się jednak (patrz [6]), iż były w niej dwa zbędne aksjomaty specyficzne (wystarczy tylko jeden). W referacie podamy inną aksjomatyzację logiki $\mathbf{S5^M}$, mającą jeden aksjomat specyficzny i regułę (RM^2_1). W [1, 5] można znaleźć aksjomatyzacje, w których nie używa się tej reguły. Mają one jednak po dwa aksjomaty specyficzne.

W [6] podano najsłabszą logikę regularną $\mathbf{rS5^M}$ definiującą $\mathbf{D_2}$ używając reguły (RM^2_1). W referacie wskażemy dwie nowe aksjomatyzacje bez tej reguły oraz jedną z tą regułą. Znalezione cztery aksjomatyzacje logiki $\mathbf{rS5^M}$ odpowiadają czterem aksjomatyzacjom logiki $\mathbf{S5^M}$ podanym w pracach [1, 5, 6] oraz w tym referacie. Jedyną różnicą jest to, iż w miejsce reguły Gödla, właściwej dla logik normalnych, używa się reguły monotoniczności.

Literatura

[1] **Błaszczuk, J.J., W. Dziobiak, W.**, *Modal logics connected with systems* $\mathrm{S4}_n$ *of Sobociński*, Studia Logica 36 (1977), 151–175.
[2] **Furmanowski, T.**, *Remarks on discussive propositional calculus*, Studia Logica 34 (1975), 39–43.
[3] **Jaśkowski, S.**, *Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sect. A, vol. I, no. 5 (1948), 57–77.
[4] **Jaśkowski, S.**, *O koniunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, Studia Societatis Scientiarum Torunensis, Sect. A, vol. I, no. 8 (1949), 171–172.
[5] **Nasieniewski, M.**, *A comparison of two approaches to parainconsistency*: *Flemish and Polish*, Logic and Logical Philosophy 9 (2002), 47–74.
[6] **Nasieniewski, M., Pietruszczak A.**, *The weakest regular modal logic defining Jaśkowski's logic* $\mathbf{D_2}$", Bulletin of the Section of Logic 37, 3/4 (2008), 197–210.
[7] **Perzanowski, J.**, *On M-fragments and L-fragments of normal modal propositional logics*, Reports on Mathematical Logic 5 (1975), 63–72.

Tomasz Połacik

Podmodele modeli Kripkego

Uniwersytet Śląski, Katowice
Instytut Matematyki
polacik@us.edu.pl

Pojęcie podmodelu modelu Kripkego pierwszego rzędu było szczegółowo rozważane przez A.Vissera, który zaproponował kilka nierównoważnych sposobów jego określenia. Pomimo, że wszystkie przedstawione warianty uznać można za naturalne, niedawne wyniki W. Ruitenburga dostarczają argumentów za uznaniem poprawności tylko jednego z nich. Kolejnym naturalnym krokiem wydaje się być pytanie o elementarne podmodele. Okazuje się jednak, że i w tym przypadku pewne naturalne metody konstrukcji nie gwarantują pożądanych własności podmodeli. Kwestia ta podjęta jest w referacie. Jako główny wynik, przedstawiona zostanie konstrukcja elementarnych podmodeli modeli Kripkego o światach nasyconych.

Marcin Selinger

Ogólna forma argumentu

Uniwersytet Wrocławski, Wrocław
Katedra Logiki i Metodologii Nauk
marcisel@uni.wroc.pl

Punktem wyjścia jest pojęcie argumentu przedstawione w podręczniku K. Szymanka, K. Wieczorka i A. Wójcika pt. *Sztuka argumentacji. Ćwiczenia w badaniu argumentów* oraz towarzyszące mu pojęcia opisujące strukturę argumentu. Terminologię tę uściśliliśmy i rozwinęliśmy w języku teorii relacji.

Niech **S** będzie zbiorem zdań pewnego języka. *Argumentem* w tym języku nazwiemy skończony ciąg $\mathbf{A} = A_1, A_2, \ldots, A_n$ niepustych relacji, określonych na zbiorze $P_{\mathrm{fin}}(\mathbf{S}) \times \mathbf{S}$, a więc mających postać:

$A_m = \{< P_m^1, \alpha_m^1 >, < P_m^2, \alpha_m^2 >, \ldots, < P_m^{i_m}, \alpha_m^{i_m} >\}$ (gdzie $m \leq n$), takich że spełnione są dwa następujące warunki:

(*i*) $\alpha_1^1 = \alpha_1^2 = \ldots = \alpha_1^{i_1}$ (tj. dla m = 1)

(*ii*) $\forall j \leq i \exists k\, \alpha_m^j \in P_{m-1}^k$ dla $1 < m \leq n$.

W dalszym ciągu zdefiniujemy pojęcia pochodne jak: *argument główny*; *konkluzja główna*; *przesłanka*; *przesłanka pierwsza*; *argument atomowy*; *piętro argumentu*; *podargument*; *konkluzja pośrednia*; *dziedzina*, *przeciwdziedzina* i *zakres argumentu*; *bezpośredni* i *pośredni związek argumentacyjny*. Szczególnie ważne wydaje się tu pojęcie *argumentu atomowego*, tj. ciągu jednoelementowego, którego jedyny wyraz to relacja o postaci $\{< P_m^j, \alpha_m^j >\}$.

Definicje te mają dostarczyć precyzyjnego aparatu pojęciowego, którego stworzenie stanowi niezbędny wstęp do wypracowania ogólnej metody oceny argumentów. Omówimy w szczególności kwestię poprawności strukturalnej argumentów i pokażemy, jak usuwać niektóre wady strukturalne za pomocą działań *dodawania* i *odejmowania* argumentów.

Tomasz Skura

On Refutation Theories

Uniwersytet Zielonogórski, Zielona Góra
Instytut Filozofii
T.Skura@ifil.uz.zgora.pl

The aim is to outline a general theory of refutation systems in propositional logics. The theories existing in the literature (Słupecki's rejection function and Wójcicki's *dCn*) are first discussed. Since they are not quite satisfactory, a general framework involving sequential consequence relations is introduced and some applications are discussed.

Michał Tyburski

Formalizacja rozumowania przyczynowo – skutkowego w logice

Uniwersytet Wrocławski, Wrocław
Katedra Logiki i Metodologii Nauk
logika01@gmail.com

W referacie omawiamy metodę formalizacji rozumowań przyczynowo – skutkowych oraz częściowe rozwiązanie problemu tła autorstwa Raymonda Reitera. W pierwszej kolejności przedstawiamy prosty scenariusz dotyczący agenta, którego zadaniem jest przeprowadzanie rozumowań przyczynowo – skutkowych na temat sytuacji, w której agent aktualnie znajduje się lub może znajdować w przyszłości. Następnie omawiamy język rachunku stanów i wprowadzamy aksjomaty warunków wstępnych działania. Przedstawiamy aksjomaty skutku działania, aksjomaty tła, problem tła, aksjomaty domknięcia, aksjomaty jednoznaczności nazw działań oraz częściowe rozwiązanie problemu tła. Na koniec prezentujemy formalizację scenariusza opisanego na początku wystąpienia.

Bibliografia:

R. Reiter
The frame problem in situation calculus: a simple solution (*sometimes*) *and completeness result for goal regression*, [w:] *Artificial Intelligence and Mathematical Theory of Computation: Papers in Honor of John McCarthy*, Vladimir Lifschitz (red.), Academic Press, San Diego, CA, 1991, s. 359 – 380;
R. Reiter
Knowledge in Action: Logical Foundations for Specifying and Implementing Dynamical Systems, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 2001.

Rafał Urbaniak

Zasady abstrakcji a istnienie

Uniwersytet Gdański,
Instytut Filozofii, Socjologii i Dziennikarstwa,
Zakład Logiki, Metodologii i Filozofii Nauki
rfl.urbaniak@gmail.com

Zasada abstrakcji przypisuje obiektom z jakiejś dziedziny pewne przedmioty, tak, że dwóm obiektom przypisany jest ten sam przedmiot wtedy i tylko wtedy, gdy pozostają one do siebie w pewnej ustalonej relacji równoważnościowej. Ogólna forma zasad abstrakcji to:

$$f(x) = f(y) \iff xRy.$$

Pierwszą poważną próbe zastosowania zasad abstrakcji w podstawach matematyki podjął (Frege 1879, 1884, 1892, 1903). Oprócz **aksjomatu komprehensji dla konceptów**, który powiadał, że dla każdej formuły istnieje odpowiadający jej koncept, starał się on wprowadzić pojęcie ekstensji konceptu posługując się zasadą abstrakcji (zwaną **podstawowym prawem numer pięć**), wedle której ekstensje dwóch konceptów są identyczne, wtedy i tylko wtedy, gdy pod koncepty te podpadają dokładnie te same przedmioty:

$$ex(X) = ex(Y) \Leftrightarrow (\forall x)(X(x) \Leftrightarrow Y(x)).$$

Jak wiadomo, system ten okazał się sprzeczny: jego konsekwencją bowiem było istnienie ekstensji wszystkich takich ekstensji, które nie są swoimi własnymi elementami.

Późniejsze badania (Parsons 1965; Heck 1996) wskazały na fakt, że konstrukcję swoją Frege podzielił na dwa etapy. Pierwszy etap polegał na postulowaniu istnienia ekstensji, definiowaniu pojęcia liczby naturalnej za pomoc¡ pojęcia ekstensji i zakończył się na wyprowadzeniu z tych założeń innej zasady abstrakcji, zwanej **zasadą Hume'a**. Powiada ona, że liczby dwóch konceptów są identyczne wtedy i tylko wtedy, gdy koncepty te są równoliczne ('~' reprezentuje relację równoliczności):

$$card(X) = card(Y) \Leftrightarrow X \sim Y.$$

Drugi etap polegał na tym, że zupełnie niezależnie od aksjomatu komprehensji i podstawowego prawa numer pięć, Frege posługując się zasadą Hume'a i logiką drugiego rzędu wyprowadził Arytmetykę Peano (Zalta 2009). Fakt, że istnieją (względne) dowody niesprzeczności logiki drugiego rzędu rozszerzonej o zasadę Hume'a (Heck 1996) zainspirował stosunkowo nowy nurt w filozofii matematyki, **neologicyzm**. Podstawowym celem zwolenników tego nurtu jest zrekonstruowanie teorii matematycznych w sposób niesprzeczny w oparciu o rozmaite zasady abstrakcji, bez odwoływania się do teorii mnogości (zbiory bowiem, przy tym podejściu, powinny być wprowadzone poprzez zasady abstrakcji) (Wright 1983; Zalta 1983; Hale and Wright 2001).

Zwolennicy neologicyzmu twierdzą, że zasada Hume'a „wprowadza” czy też „ustala odniesienie” terminów numerycznych. Filozoficznie rzecz biorąc, powiadają, ten typ rekonstrukcji ma pewne zalety. Zasady abstrakcji, argumentują, prawdziwe są z przyczyn logicznych, a zasada Hume'a nie identyfikuje kontrintuicyjnie liczb z żadnymi zbiorami (por. Benacerraf 1965 jeżeli chodzi o krytykę takiej identyfikacji).

Podejście to nie jest jednak pozbawione problemów. Czy na pewno możemy uznać, że zasady abstrakcji prawdziwe są z przyczyn logicznych, czy też, że są prawdziwe analitycznie? Nie możemy powiedzieć, że prawdziwe są wszystkie zasady abstrakcji. Weźmy bowiem pewną dziedzinę o mocy κ. Jeżeli dla każdego zbioru elementów z tej dziedziny istnieje koncept pod który podpadają wszystkie i tylko elementy tego zbioru, to konceptów musi być $2^{\kappa} > \kappa$. Podstawowe prawo numer pięć wprowadza jednak funkcję na konceptach, której wartości należeć mają do tej samej dziedziny: zatem prowadzi ono do wniosku, że $2^{\kappa} \leq \kappa$. To jednak nie jest możliwe.

Zatem, nie możemy przyjąć wszystkich zasad abstrakcji. Być może, należy powiedzieć, że prawdziwe są wszystkie te zasady abstrakcji, które nie są sprzeczne? To rodzi kolejne trudności:

1. Filozoficznie rzecz biorąc, trudniej jest umotywować twierdzenie: „wszystkie twierdzenia o tej formie są prawdziwe analitycznie, poza tymi, które są sprzeczne (a pewne rzeczywiście są)".
2. Nie istnieje ogólna metoda rozstrzygania, czy dana zasada abstrakcji jest niesprzeczna.
3. Co więcej, istnieją zasady abstrakcji, które osobno wzięte są niesprzeczne, ale razem wzięte prowadzą do sprzeczności (bo nakładają rozbieżne wymogi na moc dziedziny).

Problemy więc pojawiają się przede wszystkim z tymi zasadami abstrakcji, które (w danej dziedzinie) powodują **inflację**, to znaczy, dla których istnieje więcej klas równoważnościowych danej relacji niż przedmiotów w danej dziedzinie. Może więc ograniczyć wprowadzanie zasad abstrakcji w danej dziedzinie tylko do tych zasad abstrakcji, które w tej dziedzinie nie powodują inflacji? To, niestety, powoduje inną trudność - jeżeli to uczynimy, to, aby móc wprowadzić zasadę Hume'a, musimy z góry założyć, że dziedzina jest nieskończona zanim tę zasadę uznamy (czyli jest to „Frege na odwrót": Frege założył zasadę Hume'a i dowodził istnienia nieskończonej ilości liczb).

Nawet jeżeli poradzimy sobie z inflacją, pozostaje tzw. problem **hiperinflacji**. Nawet jeżeli przyjmujemy tylko niesprzeczne zasady abstrakcji, które w rozważanej dziedzinie nie prowadzą do inflacji, to przy założeniu, że różne zasady abstrakcji wprowadzają różne przedmioty abstrakcyjne, sama ilość tych zasad może doprowadzić do tego, że będzie więcej klas równoważnościowych ze względu na relacje występujące w tych zasadach abstrakcji, niż przedmiotów w dziedzinie.

Pomijając trudności techniczne ze sformułowaniem właściwych warunków akceptowalności zasad abstrakcji (por. Hale and Wright 2001 i Fine 2002), do czynienia mamy też z problemami nieco bardziej filozoficznymi. W zamierzeniu, zasada Hume'a miała wyznaczyć dziedzinę liczb kardynalnych oraz ustalić odniesienie terminów numerycznych. W realizacji tego celu, zasada ta niestety zawodzi.

1. Przy określonej nawet dziedzinie indywiduów, zasada Hume'a nie wyznacza jednoznacznie zbioru liczb, i to nie tylko z powodu istnienia odmiennych interpretacji izomorficznych, ale z powodu braku kategoryczności.
2. Nawet jeżeli założymy, że znamy liczbę kardynalną zbioru liczb, zasada Hume'a nie wyznacza interpretacji operatora abstrakcji z dokładnością do izomorfizmu.
3. Nawet jeżeli wyznaczymy zamierzoną klasę modeli izomorficznych, zasada Hume'a nie dostarcza nam „referentów" terminów. Wyznaczenie zasięgu funkcji nie daje nam automatycznie jednoznacznej interpretacji terminów numerycznych - nie wystarczy dla określenia wartości logicznej zdań o postaci $card(X) = t$, gdzie t nie jest postaci $num(Y)$ (dla żadnego Y).

Po przedstawieniu wyżej omówionych kwestii w sposób nieco bardziej szczegółowy, argumentował będę, że zamiast starać się znaleźć technicznie skomplikowane, działające, ale trudne do niezależnego umotywowania warunki akceptowalności zasad abstrakcji, łatwiej jest porzucić Fregowskie założenie, że zasady abstrakcji rzeczywiście wyznaczają odniesienie terminów abstrakcyjnych (innymi słowy: że funkcja wprowadzana jest funkcją w dziedzinę przedmiotów). Zamiast tego, proponuję potraktować poważnie myśl, że zasady abstrakcji nie wprowadzają funkcji ani przedmiotów, a jedynie reguły używania pewnych wyrażeń. Przedstawię formalny model takiej interpretacji i argumentował będę, że większość problemów, z jakimi boryka się Fregowskie podejście do zasad abstrakcji znika przy tym podejściu.

Literatura

Benacerraf, P. (1965)
What numbers could not be. Philosophical Review, 74:47-73.

Fine, K. (2002)
The Limits of Abstraction. Clarendon Press.

Frege, G. (1879)
Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Louis Nebert. trans. by S. Bauer-Mengelberg as *Concept Script, a formal language of pure thought modelled upon that of arithmetic*, In: *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic*, 1879-1931, Canbridge, MA: Harvard University Press, 1967.

Frege, G. (1884)
Die Grundlagen der Arithmetik: eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. W. Koebner. Trans. by J. L. Austin as *The Foundations of Arithmetic*: *A logico-mathematical enquiry into the concept of number,* Oxford: Blackwell, second revised edition,1974.
Frege, G. (1892)
Grundgesetze der Arithmetik, volume (band 1). Verlag Hermann Pohle. Partial translation by M. Furth as *The Basic Laws of Arithmetic*, Berkeley: University of California Press, 1964.
Frege, G. (1903)
Grundgesetze der Arithmetik, volume (band 2). Jena: Verlag Hermann Pohle.
Hale, B. and Wright, C., editors (2001)
The Reason's Proper Study. Essays Towards a Neo-Fregean Philosophy of Mathematics. Clarendon Press.
Heck, R. (1996)
The consistency of predicative fragments of Frege's ***Grundgesetze der Arithmetik****.* History and Philosophy of Logic, 17:209-220.
Parsons, C. (1965)
Frege's theory of numbers. In Black, M., editor, *Philosophy in America*, Pages 180-203. Cornell University Press, Ithaca. Repr. in Parsons, C. *Mathematics in Philosophy*, Cornell University Press, Ithaca, 1983 and in *Frege's Philosophy of Mathematics*, edited by W. Dempopoulos, Harvard University Press, Cambridge, 1995.
Wright, C. (1983)
Frege's Conception of Numbers as Objects. Aberdeen University Press.
Zalta, E. (1983)
Abstract Objects: *An Introduction to Axiomatic Metaphysics*. D. Reidel.
Zalta, E. N. (Spring 2009)
Frege'*s logic, theorem, and foundations for arithmetic*. In Zalta, E. N.,editor, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Metaphysics Research Lab, Stanford University.

Krzysztof A. Wieczorek
Skąd się biorą błędy w rozumowaniach? Teoria modeli mentalnych.
Uniwersytet Śląski w Katowicach
Instytut Filozofii,
Zakład Logiki,
krzysztof.wieczorek@chello.pl

Pytanie o źródło błędów, jakie ludzie popełniają przeprowadzając rozumowania, wiąże się ściśle z pytaniem o to, w jaki sposób w ogóle wnioskujemy. Jedno z możliwych wyjaśnień, to przyjęcie, iż wyciągając konkluzję z podanych przesłanek ludzie korzystają z obecnych w jakiś sposób w umyśle (wrodzonych lub wyuczonych) formalnych reguł. Błędy w rozumowaniach byłyby w takim przypadku wynikiem nieznajomości właściwych schematów. Przyjęcie powyższego stanowiska rodzi jednak pewne problemy. Koncepcja taka nie wyjaśnia dobrze na przykład tego, dlaczego w niektórych przypadkach treść przedstawionego zadania ma wydatny wpływ na to, czy zostanie ono poprawnie rozwiązane. Nie tłumaczy ona również, dlaczego wnioskowania przebiegające według jednych reguł okazują stosunkowo łatwe do przeprowadzenia, a inne, oparte na podobnych schematach, sprawiają większości ludzi znaczne trudności.

Powyższe zjawiska można wyjaśnić na gruncie sformułowanej przez Philipa Johnsona-Lairda teorii modeli mentalnych. Zgodnie z tą koncepcją, wnioskując nie korzystamy z abstrakcyjnych schematów, ale manipulujemy w umyśle swego rodzaju modelami rzeczywistości. Trudność rozumowania uzależniona jest przede wszystkim od liczby modeli, jakie trzeba zbudować i przeanalizować, aby móc wyprowadzić z przesłanek prawidłowy wniosek.

Teoria modeli mentalnych opisuje m.in. wnioskowania dające się sformalizować na gruncie rachunku zdań i sylogistyki. Na jej podstawie możemy przewidzieć, które rozumowania (przebiegające według jakich schematów) powinny okazać się łatwiejsze, a które trudniejsze do przeprowadzenia. W przypadku tych drugich teoria pozwala również z dużym prawdopodobieństwem określić, jakie błędy ludzie będą skłonni popełniać.

Jan Woleński

Pragmatyka w teorii modeli

Uniwersytet Jagielloński,
Instytut Filozofii
wolenski@if.uj.edu.pl

Teoria modeli jest po prostu semantyką formalną. Rozważa relacje pomiędzy językami sformalizowanymi a modelami, traktowanymi jako struktury algebraiczne. Mając określony język *L* możemy pewne rzeczy wywnioskować o modelach teorii (ściśle rzecz biorąc, języki nie mają modeli, tylko interpretacje) w nim sformułowanych, np. w sprawie typu modeli. Do tego wystarcza język formalny bez żadnej interpretacji, przynajmniej w odniesieniu do stałych pozalogicznych. Sytuacja zmienia się, gdy rozważamy języki sformalizowane, ale zinterpretowane. Punktem krytycznym staje się problem modeli standardowych, zwanych też zamierzonymi. Element pragmatyczny jest wtedy nieunikniony. O ile w takich teoriach jak arytmetyka standardowość daje się określić strukturalnie, a więc do pewnego stopnia formalnie, to w przypadku wiedzy empirycznej, w tym zdroworozsądkowej, trzeba przyjąć, że interpretacje zamierzone są wymuszane przez znaczenie językowe. Dlatego akceptujemy T- równoważność "ŚNIEG JEST BIAŁY jest prawdą wtw śnieg jest biały", a nie "ŚNIEG JEST BIAŁY jest prawdą wtw trawa jest zielona".